統計検定
Japan Statistical Society Certificate

2 級

2018 年 11 月 25 日

【注意事項】

1 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2 この問題冊子は，32 ページあります。

3 試験時間は 90 分です。

4 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁およびマークシートの汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

5 マークシートの **A** 面には次の項目があるので，それぞれの指示に従い記入あるいは確認しなさい。項目の内容に誤りがある場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

① 氏名
氏名を記入しなさい。

② 検定種別
受験する検定種別を確認しなさい。

③ 受験番号
受験番号を確認しなさい。

④ **Web** 合格発表
Web 合格発表について，希望の有無をマークしなさい。

6 解答は，マークシートの B 面の解答にマークしなさい。例えば，$\boxed{\textbf{10}}$ と表示のある問に対して ③ と解答する場合は，次の（例）のように解答番号 **10** の解答の ③ にマークしなさい。

（例）

解答番号	解 答
10	① ② ● ④ ⑤

7 解答番号は，**34** まであります。

8 27 ページ以降に付表を掲載しています。必要に応じて利用しなさい。

9 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

10 試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

問 1　1952 年，1985 年，2017 年の都道府県別の大学数のデータから相対度数分布表（単位：%）を作成したところ，次の表を得た。なお，小数点以下 2 位を四捨五入している。また，1972 年 5 月 15 日に沖縄返還が行われたため，1952 年と 1985 年，2017 年は都道府県の総数が異なっている。

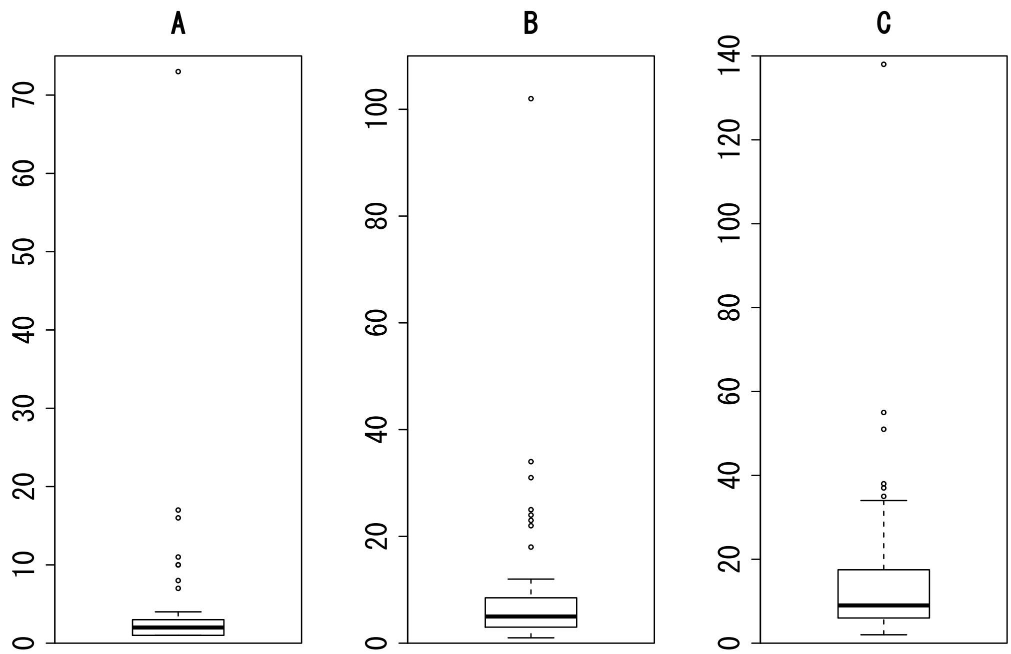
都道府県別大学数	1952 年	1985 年	2017 年
0 校以上 20 校未満	97.8	85.1	76.6
20 校以上 40 校未満	0.0	（ア）	17.0
40 校以上 60 校未満	0.0	0.0	（イ）
60 校以上 80 校未満	2.2	0.0	0.0
80 校以上 100 校未満	0.0	0.0	0.0
100 校以上 120 校未満	0.0	2.1	0.0
120 校以上 140 校未満	0.0	0.0	2.1

資料：文部科学省「学校基本調査」

〔1〕　表中の（ア），（イ）に当てはまる数値の組合せについて，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 $\boxed{\ 1\ }$

① （ア） 2.1　（イ） 4.3
② （ア） 4.3　（イ）2.1
③ （ア） 4.3　（イ）12.8
④ （ア）12.8　（イ）2.1
⑤ （ア）12.8　（イ） 4.3

〔2〕　大学数の分布を確かめるために，箱ひげ図を作成した。次の図 A，B，C は 1952 年，1985 年，2017 年のいずれかの大学数の箱ひげ図に対応している。なお，これらの箱ひげ図では，“「第 1 四分位数」−「四分位範囲」×1.5” 以上の値をとるデータの最小値，および “「第 3 四分位数」+「四分位範囲」×1.5” 以下の値をとるデータの最大値までひげを引き，これらよりも外側の値を外れ値として○で示している。1952 年，1985 年，2017 年のデータの分布を示す箱ひげ図はそれぞれ，A，B，C のうちのどれか。下の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 $\boxed{\ 2\ }$



① 1952 年：A，1985 年：B，2017 年：C
② 1952 年：A，1985 年：C，2017 年：B
③ 1952 年：B，1985 年：A，2017 年：C
④ 1952 年：B，1985 年：C，2017 年：A
⑤ 1952 年：C，1985 年：A，2017 年：B

〔3〕 次の記述 I ～ III は，この箱ひげ図に関するものである。

I. 1952 年よりも 1985 年の方が，1985 年よりも 2017 年の方が，四分位範囲は小さい。

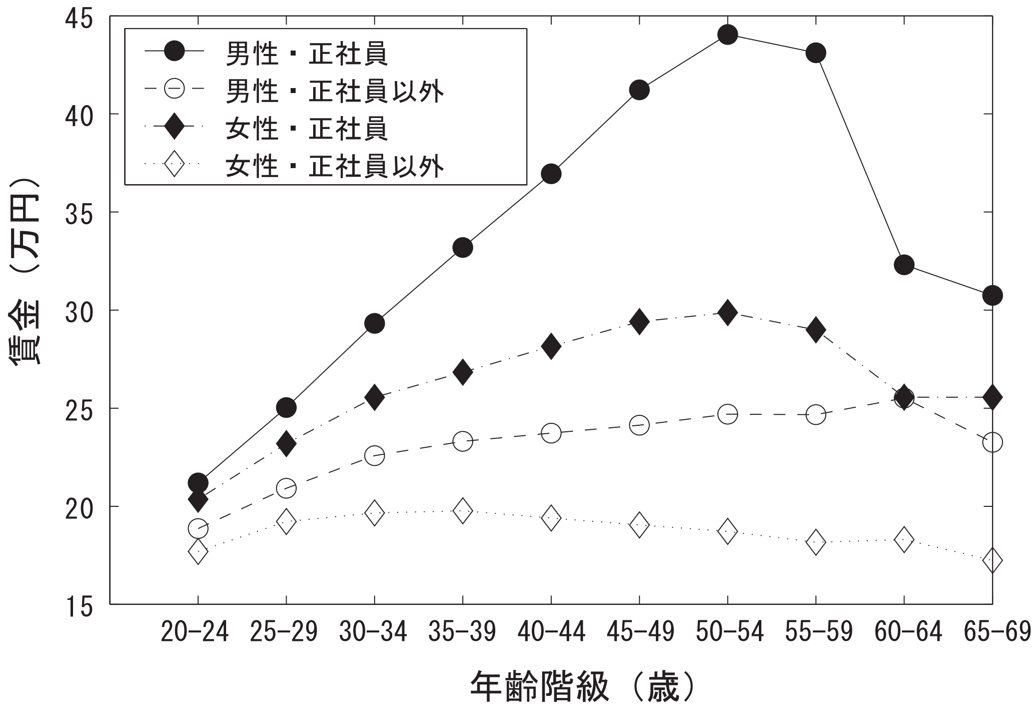
II. 1952 年の都道府県別大学数の最大値は，1985 年の都道府県別大学数の最大値の半分以下である。

III. 1952 年よりも 1985 年の方が，1985 年よりも 2017 年の方が，中央値は大きい。

記述 I ～ III に関して，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **3**

① I のみ正しい
② II のみ正しい
③ III のみ正しい
④ I と III のみ正しい
⑤ II と III のみ正しい

問 2　次の図は，性別と雇用形態別に，一般労働者の年齢（5 歳ごとの階級）と 6 月の所定内給与額の平均（以下，賃金）をプロットしたものである。



資料：厚生労働省「2016 年賃金構造基本統計調査」

年齢の階級値と賃金の相関係数を，性別と雇用形態別に計算したところ，次の表のようになった。

男性・正社員	男性・正社員以外	女性・正社員	女性・正社員以外
0.58	0.80	0.56	−0.46

次の記述 I ～ III は，表中の相関係数に関するものである。

I. “男性・正社員” と “男性・正社員以外” を比べると，正社員の方が相関係数の絶対値は小さい。ただし，上の図より，正社員の年齢と賃金には直線関係でない関係が存在し，相関係数のみで正社員の方が年齢と賃金の関係性が強くないと判断してはいけない。

II. “女性・正社員” について，20 歳 ∼54 歳のデータのみで相関係数を計算すると，0.56 より絶対値が小さくなる。

III. “女性・正社員以外” は，年齢が 1 歳上がると賃金が 0.46 万円下がることが相関係数の値よりわかる。

記述 I ～ III に関して，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **4**

① I のみ正しい
② II のみ正しい
③ III のみ正しい
④ I と II のみ正しい
⑤ I と II と III はすべて誤り

問 3　次の表は，2016 年 12 月から 2017 年 12 月までの不動産価格指数（全国，住宅総合，2010 年平均を 100 としたもの）である。

年月	不動産価格指数
2016 年 12 月	（ア）
2017 年　1 月	111.7
2017 年　2 月	109.8
2017 年　3 月	111.0
2017 年　4 月	110.4
2017 年　5 月	109.8
2017 年　6 月	109.5
2017 年　7 月	110.6
2017 年　8 月	109.5
2017 年　9 月	110.3
2017 年 10 月	107.9
2017 年 11 月	109.5
2017 年 12 月	108.8

資料：国土交通省「不動産価格指数」

〔1〕　2017 年 1 月の，不動産価格指数の前月比の変化率は 4.98% であった。このとき，（ア）に入る数値はいくらか。次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **5**

① 106.4　② 106.7　③ 110.2　④ 116.7　⑤ 117.3

〔2〕　2017 年 10 月における，不動産価格指数の 3 項移動平均の計算式として，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **6**

① $\dfrac{110.6+107.9+108.8}{3}$

② $\dfrac{2\times 110.3+107.9+2\times 109.5}{5}$

③ $\dfrac{110.3+2\times 107.9+109.5}{4}$

④ $\dfrac{110.3+107.9+109.5}{3}$

⑤ $\dfrac{109.5+110.3+107.9+109.5+108.8}{5}$

問 4　次の表は，2016 年および 2017 年における「梨」と「ぶどう」の 1 世帯当たり（全国，二人以上の世帯）の年間の購入数量（g）及び平均価格（円/100g）である。

	2016 年		2017 年	
	購入数量	平均価格	購入数量	平均価格
梨	3827	48.86	3686	49.30
ぶどう	2422	107.09	2309	115.36

資料：総務省「家計調査」

2016 年を基準年（指数を 100 とする）として,「梨」と「ぶどう」の 2 種類の価格からラスパイレス価格指数を作成する場合，2017 年の指数を求める計算式はどれか。次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **7**

① $$\frac{49.30 \times 3686 + 115.36 \times 2309}{48.86 \times 3827 + 107.09 \times 2422} \times 100$$

② $$\frac{49.30 \times 3827 + 115.36 \times 2422}{48.86 \times 3827 + 107.09 \times 2422} \times 100$$

③ $$\frac{49.30 \times 3686 + 115.36 \times 2309}{48.86 \times 3686 + 107.09 \times 2309} \times 100$$

④ $$\frac{49.30 \times 3686 + 115.36 \times 2309}{49.30 \times 3827 + 115.36 \times 2422} \times 100$$

⑤ $$\frac{48.86 \times 3686 + 107.09 \times 2309}{48.86 \times 3827 + 107.09 \times 2422} \times 100$$

問 5　次の記述 I ～ III は，標本抽出に関するものである。

I.　大きさ n の標本を得る非復元単純無作為抽出では，各個体が標本として選ばれる確率が等しいのみではなく，母集団におけるどの n 個の個体の組が抽出される確率も等しい。

II.　母集団をいくつかの部分集団（層）に分割（層別）し，層ごとに無作為抽出を行う層化（層別）抽出は，各層からの標本サイズにかかわらず，単純無作為抽出よりも母集団平均の推定量の分散を小さくすることができる。

III.　母集団がいくつかの部分集団（層）に分割（層別）される場合，母集団からの単純無作為抽出では，特定の層からのデータが得られない可能性がある。

記述 I ～ III に関して，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 $\boxed{\textbf{8}}$

① I のみ正しい
② I と II のみ正しい
③ I と III のみ正しい
④ I と II と III はすべて正しい
⑤ I と II と III はすべて誤り

問 6　次の記述は，ある都道府県における世帯調査に関するものである。

最初に市区町村を無作為に抽出し，抽出された市区町村から世帯を無作為に抽出した。

この抽出方法は，なんという方法であるか。次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 $\boxed{\textbf{9}}$

① 単純無作為抽出
② 二段抽出
③ 集落（クラスター）抽出
④ 層化（層別）抽出
⑤ 系統抽出

問 7　いろいろな動物の絵がプリントされているクッキーを，工場 A と工場 B で生産している。工場 A で製造されたクッキーの箱の中には 2%の確率でカモノハシの絵がプリントされているクッキーが入っており，工場 B で製造されたクッキーの箱の中には 8%の確率でカモノハシの絵がプリントされているクッキーが入っている。ある商店では全商品のうち，70%を工場 A から，30%を工場 B から仕入れている。

〔1〕　仕入れたクッキーの箱を無作為に 1 個抽出する。このクッキーの箱の中にカモノハシの絵がプリントされているクッキーが入っている確率はいくらか。次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **10**

① 0.027　② 0.038　③ 0.050　④ 0.061　⑤ 0.073

〔2〕　仕入れたクッキーの箱を無作為に 1 個抽出したところ，箱の中にカモノハシの絵がプリントされているクッキーが入っていた。このとき，このクッキーが工場 A で製造された確率はいくらか。次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **11**

① 0.257　② 0.368　③ 0.521　④ 0.630　⑤ 0.756

問 8　U を平均 0，分散 1 の正規分布に従う確率変数とする。また x を実数とし，

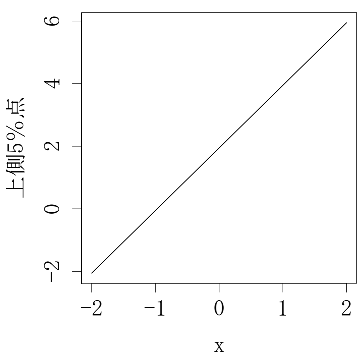
$$Y = 0.3 + 2x + U$$

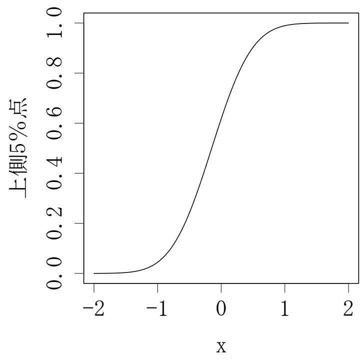
とおく。

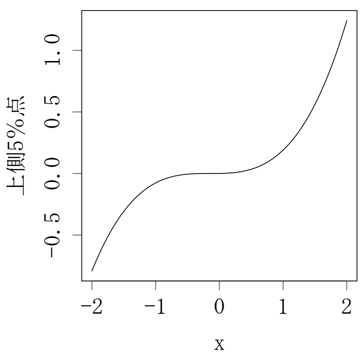
〔1〕　$P(Y \geq 0) = 0.95$ となる x として，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 $\boxed{\textbf{12}}$

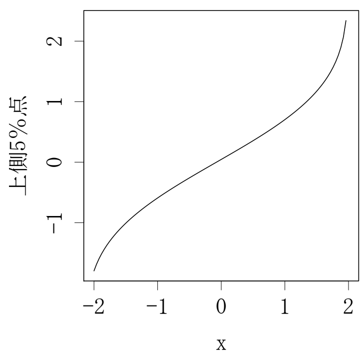
① -0.97　　② -0.15　　③ 0.32　　④ 0.67　　⑤ 0.95

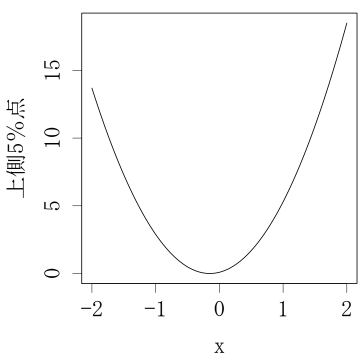
〔2〕　Y の上側 5%点と x の関係を表すグラフとして，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 $\boxed{\textbf{13}}$

①


②


③


④


⑤


問 9　1 から 6 の目が等しい確率で出るサイコロを 7 回投げるとき，2 以下の目が出る回数を X とする。

〔1〕　$P(X=x+1)$ と $P(X=x)$ の比は，下のようになる（ただし，$x=0,1,\ldots,6$）。

$$\frac{P(X=x+1)}{P(X=x)}=\frac{-x+a}{2x+b}$$

a,b に入る数字の組合せとして，次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **14**

① $a=5,\ b=3$　② $a=7,\ b=2$　③ $a=9,\ b=3$
④ $a=9,\ b=5$　⑤ $a=9,\ b=7$

〔2〕　$P(X=x)$ が最大になる x（ただし，$x=0,1,\ldots,7$）として，次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **15**

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

問 10　確率変数 $X_1,X_2,\ldots,X_n$ は互いに独立で，期待値が μ，分散が σ^2 であるとする。標本平均を

$$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$$

とする。次の文章は，標本平均 $\overline{X}$ に関するものである。

> $\overline{X}$ の期待値は（ア），分散は（イ）である。

文中の（ア），（イ）にあてはまるものの組合せとして，次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **16**

①（ア）μ　（イ）σ^2　　②（ア）$\dfrac{\mu}{n}$　（イ）σ^2
③（ア）μ　（イ）$\dfrac{\sigma^2}{n}$　　④（ア）$\dfrac{\mu}{n}$　（イ）$\dfrac{\sigma^2}{n}$
⑤（ア）μ　（イ）$\dfrac{\sigma^2}{n^2}$

問 11　分布の非対称性の大きさを表す指標として歪度があり，分布の尖り具合もしくは裾の広がり具合を表す指標として尖度がある。確率変数 X の平均を $\mu = E[X]$，分散を $\sigma^2 = V[X]$ とし，平均まわりの 3 次モーメント μ_3 および 4 次モーメント μ_4 をそれぞれ

$$\mu_3 = E[(X-\mu)^3], \qquad \mu_4 = E[(X-\mu)^4]$$

とすると，歪度および尖度は次式で定義される (ただし，$\sigma > 0$)。

$$歪度 = \mu_3/\sigma^3, \qquad 尖度 = \mu_4/\sigma^4 - 3$$

〔1〕　確率変数 X が正規分布に従うとき，歪度および尖度の符号の組合せとして，次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **17**

① 歪度 $= 0$,　尖度 $= 0$
② 歪度 $= 0$,　尖度 > 0
③ 歪度 $= 0$,　尖度 < 0
④ 歪度 > 0,　尖度 < 0
⑤ 歪度 < 0,　尖度 > 0

〔2〕　確率変数 X が一様分布 $U(-1, 1)$ に従うとき，歪度および尖度の値の組合せとして，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **18**

① 歪度 $= -3\sqrt{3}/8$,　尖度 $= 1.8$
② 歪度 $= 3\sqrt{3}/8$,　尖度 $= 1.8$
③ 歪度 $= 3\sqrt{3}/8$,　尖度 $= -1.2$
④ 歪度 $= 0$,　尖度 $= 1.2$
⑤ 歪度 $= 0$,　尖度 $= -1.2$

〔3〕　次の記述 I ～ III は，歪度および尖度に関するものである。

I.　右に裾が長い分布では歪度は負の値になり，左に裾が長い分布では歪度は正の値になる。

II.　正規分布と比較して，中心部が平坦で裾が短い分布の尖度は正の値となり，尖っていて裾の長い分布の尖度は負の値となる。

III.　自由度 $\nu(\nu > 3)$ の t 分布の歪度は 0 になり，自由度 $\nu(\nu > 4)$ の t 分布において自由度が大きいほど尖度の絶対値は大きくなる。

記述 I ～ III に関して，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。
19

① I のみ正しい
② I と II のみ正しい
③ I と III のみ正しい
④ I と II と III はすべて正しい
⑤ I と II と III はすべて誤り

問 12　次の表は，2017 年に実施された，JR 北海道の利用状況に関する調査結果である。調査は北海道の 18 歳以上の男女 2067 人に行われ，回答数は 1338 人であった。この調査結果は，母集団を北海道の 18 歳以上の男女とし，標本サイズ 1338 の単純無作為抽出に基づくものとみなす。

利用頻度	割合
ほぼ毎日	2.0%
週に数回程度	2.5%
月に数回程度	9.0%
年に数回程度	26.8%
ほとんど利用しない	58.9%
わからない，無回答	0.8%

資料：NHK 放送文化研究所「北海道 路線見直しに関する意識調査」

ほぼ毎日利用した人の割合の 95%信頼区間として，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **20**

① 0.020 ± 0.002　② 0.020 ± 0.008　③ 0.020 ± 0.014

④ 0.020 ± 0.020　⑤ 0.020 ± 0.026

問 13　ある農家では，じゃがいもの生産を行っている。この農家において収穫されたじゃがいもを無作為に 20 個抽出したところ，重量（g）の標本平均は 85.6，不偏分散は 121.9 であった。

次の文章は，じゃがいもの重量についての検定に関するものである。

> じゃがいもの重量は正規分布に従うと仮定して，じゃがいもの重量の母平均を μ，母分散を σ^2 とする。帰無仮説を $\mu = 90$，対立仮説を $\mu \neq 90$ として，有意水準を 5%とする母平均の両側検定を行う。検定統計量を t とすると，t の計算式は（ア）である。また，棄却域は（イ）である。したがって，帰無仮説を（ウ）。

文中の（ア），（イ），（ウ）にあてはまるものの組合せとして，次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **21**

① （ア） $t = \dfrac{85.6 - 90}{\sqrt{121.9}}$ （イ） $|t| > 1.729$ （ウ） 棄却しない

② （ア） $t = \dfrac{85.6 - 90}{\sqrt{121.9}}$ （イ） $|t| > 2.093$ （ウ） 棄却しない

③ （ア） $t = \dfrac{85.6 - 90}{\sqrt{121.9/20}}$ （イ） $|t| > 2.086$ （ウ） 棄却しない

④ （ア） $t = \dfrac{85.6 - 90}{\sqrt{121.9/20}}$ （イ） $|t| > 2.093$ （ウ） 棄却しない

⑤ （ア） $t = \dfrac{85.6 - 90}{\sqrt{121.9/20}}$ （イ） $|t| > 1.725$ （ウ） 棄却する

問 14　ある工場の実験室の温度（℃）を 3 つの条件 A，B，C の下で比較する。それぞれの条件下での温度の分布は，正規分布に従っているとする。

〔1〕　「条件 A，B の下での温度の分布の分散が等しい」という帰無仮説を有意水準 5%で検定するために，それぞれの条件下で繰り返し実験を行ったところ，以下のようになった。

条件	繰り返し数	平均	不偏分散
A	30	18.0	21.9
B	31	24.8	20.4

検定統計量として，不偏分散の比を使うことにする。今回のデータから計算された値は，$21.9/20.4 \fallingdotseq 1.1$ になるが，これを自由度 (m_1, m_2) の F 分布の上側 2.5%点および下側 2.5%点と比較して，帰無仮説を棄却するかどうかを決める。(m_1, m_2) の組合せとして，次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **22**

① $m_1 = 30,\ m_2 = 31$
② $m_1 = 31,\ m_2 = 32$
③ $m_1 = 31,\ m_2 = 30$
④ $m_1 = 29,\ m_2 = 32$
⑤ $m_1 = 29,\ m_2 = 30$

〔2〕　ここで「A，B，C の各条件の下で温度の分布の分散がすべて等しい」という帰無仮説 H_0 を検定する際に，A と B，A と C，B と C のそれぞれの組合せで，2 つの分布の分散が等しいという帰無仮説を有意水準 5%で検定し，3 つの検定のどれかで仮説が棄却されれば，H_0 を棄却することにした。ただし，標本は，3 つの検定ごとに新たに採取し，3 つの検定の結果は互いに独立とする。この検定の方法で，第一種の過誤の確率はいくらか。次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **23**

① 0.01　　② 0.05　　③ 0.10　　④ 0.14　　⑤ 0.18

問 15　ある工場の担当者が，A 社と B 社のいずれかのメーカーからある部品の製作機械を仕入れることにした。不良品率の小さい機械を仕入れたいので，それぞれの製品の不良品率を電話で尋ねたところ，A 社も B 社も 5%，という回答であった。これらの回答が正しいかどうかを確認するため，それぞれの機械で 200 個の部品を試作してもらい，実際に不良品率を検査することにした。A 社の機械による 200 個の試作品に混入する不良品の個数を X として，以下の問いに答えよ。

〔1〕　A 社の回答が正しいと仮定したとき，確率変数 X が従う分布および，その期待値と分散の組合せとして，次の ① 〜 ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **24**

① 分布：ポアソン分布，　平均：9.5，　分散：9.5
② 分布：ポアソン分布，　平均：10.0，分散：10.0
③ 分布：二項分布，　平均：10.0，分散：9.5
④ 分布：二項分布，　平均：10.0，分散：10.0
⑤ 分布：幾何分布，　平均：10.0，分散：10.0

〔2〕　A 社の試作品 200 個のうち実際に不良品は 16 個あった。不良品率を r として，帰無仮説を $r = 0.05$，対立仮説を $r > 0.05$ として検定を行う。連続修正を行わない場合の P-値として，次の ① 〜 ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **25**

① 0.001　② 0.026　③ 0.13　④ 0.26　⑤ 0.52

〔3〕　A 社に加えて，B 社の試作品 200 個も調べてみると，不良品は 17 個あった。A，B 両社の不良品率の差を d として，帰無仮説を $d = 0$，対立仮説を $d \neq 0$ として検定を行う。このときの連続修正を行わない場合の P-値として，次の ① 〜 ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **26**

① 0.05　② 0.20　③ 0.45　④ 0.64　⑤ 0.86

問 16　次の表は，ある警察署管轄区内における（日曜日を除く）曜日別の交通事故発生件数である。

曜日	月	火	水	木	金	土	計
発生件数	14	19	15	22	16	16	102

この警察署管轄区内での交通事故発生率について，「発生率は曜日に依存しない」を帰無仮説として有意水準 5% の適合度検定を行う。

〔1〕　この適合度検定における χ^2 統計量の計算式として，次の ① 〜 ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **27**

① $\chi^2 = \dfrac{(14-17)^2+(19-17)^2+(15-17)^2+(22-17)^2+2\times(16-17)^2}{17}$

② $\chi^2 = \dfrac{(14-17)^2+(19-17)^2+(15-17)^2+(22-17)^2+2\times(16-17)^2}{17^2}$

③ $\chi^2 = \dfrac{14^2+19^2+15^2+22^2+2\times16^2-6\times17}{17}$

④ $\chi^2 = \dfrac{14^2+19^2+15^2+22^2+2\times16^2}{17^2}$

⑤ $\chi^2 = \dfrac{14^2+19^2+15^2+22^2+2\times16^2-6\times17}{102}$

〔2〕　次の文章は，上記の χ^2 統計量に基づく有意水準 5% の適合度検定に関するものである。

> χ^2 統計量は帰無仮説の下で近似的に（ア）に従う。したがって，有意水準 5% で帰無仮説を（イ）。

文中の（ア），（イ）にあてはまるものの組合せとして，次の ① 〜 ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。ただし，設問〔1〕の選択肢 ① 〜 ⑤ の値は，それぞれ約 2.59, 0.15, 98.59, 6.15, 16.43 であることを用いてよい。 **28**

① （ア） 自由度 1 の χ^2 分布　（イ） 棄却しない
② （ア） 自由度 5 の χ^2 分布　（イ） 棄却する
③ （ア） 自由度 5 の χ^2 分布　（イ） 棄却しない
④ （ア） 自由度 6 の χ^2 分布　（イ） 棄却する
⑤ （ア） 自由度 6 の χ^2 分布　（イ） 棄却しない

問 17　世界各国のデータを用いて次の重回帰モデルを推定した。

$$\text{自動車普及率} = \alpha + \beta_1 \times \text{人口密度} + \beta_2 \times \log(1\text{ 人当たり GDP}) + \text{誤差項}$$

ここで,「自動車普及率」は人口 1000 人当たりの自動車台数,「人口密度」は面積 1 平方キロメートル当たりの人口,「1 人当たり GDP」は 1 人当たりの国内総生産（単位:ドル），log は自然対数であり，誤差項は，互いに独立に正規分布 $N(0, \sigma^2)$ に従うとする。

資料：総務省統計局「世界の統計 2018」

統計ソフトウェアを利用して，人口密度，1 人当たり GDP にそれぞれ対応する変数 `population`，`gdp` を作成し，上記の重回帰モデルを最小 2 乗法で推定したところ，次の出力結果を得た。なお，出力結果の一部を削除している。

出力結果

```
Coefficients:
              Estimate    Std. Error    t value    Pr(>|t|)
(Intercept) -1.283e+03     1.137e+02    -11.278    1.39e-15
population  -6.617e-02     1.046e-02     -6.326    5.87e-08
log(gdp)     1.757e+02     1.175e+01     14.959     < 2e-16
---

Residual standard error: 103.5 on 52 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.821,    Adjusted R-squared: 0.8141
F-statistic: 119.2 on 2 and 52 DF,    p-value: < 2.2e-16
```

〔1〕　分析に用いた国の数として，次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。
$\boxed{\textbf{29}}$

① 52　　② 53　　③ 54　　④ 55　　⑤ 56

〔2〕 次の記述 I 〜 III は，この出力結果に関するものである。

I. α の推定値の標準誤差は 11.75 である。

II. パラメータ α, β_1, β_2 はそれぞれ有意水準 5% で 0 と異なる。

III. 自由度調整済み決定係数の値は 0.821 である。

記述 I 〜 III に関して，次の ① 〜 ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。

30

① I のみ正しい　② II のみ正しい　③ III のみ正しい
④ I と II のみ正しい　⑤ II と III のみ正しい

〔3〕 次の記述 I 〜 III は，この出力結果に関するものである。

I. 1 人当たり GDP が同じ値である場合，人口密度が高い国では，自動車普及率は低い傾向がある。

II. 人口密度が同じ値である場合，1 人当たり GDP が高い国では，自動車普及率は高い傾向がある。

III. 人口密度が 400，log(1 人当たり GDP) が 10 のとき，自動車普及率の予測値は約 448 である。

記述 I 〜 III に関して，次の ① 〜 ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。

31

① I と II のみ正しい　② II と III のみ正しい
③ I と III のみ正しい　④ I と II と III はすべて正しい
⑤ I と II と III はすべて誤り

問 18　次の表は，二人以上の世帯のうち勤労者世帯の平成 28 年（2016 年）3 月の 1 世帯当たりの実収入と教養娯楽サービス，酒類への支出金額を，現金実収入に関する五分位階級別でまとめたものである。ここで,「教養娯楽サービス」とは，旅行費や月謝などのことである。

現金実収入五分位階級別 1 世帯当たり
1 か月間の実収入と教養娯楽サービス，酒類への支出金額（単位：万円）

階級	実収入	教養娯楽サービスへの支出金額	酒類への支出金額
第 I	11.986	0.984	0.250
第 II	30.328	1.303	0.281
第 III	41.859	1.469	0.297
第 IV	53.744	2.198	0.328
第 V	87.431	3.468	0.329

資料：総務省「家計調査」

〔1〕　教養娯楽サービスへの支出金額 y を被説明変数，酒類への支出金額 x を説明変数，互いに独立に正規分布 $N(0, \sigma_u^2)$ に従う誤差項を u とする単回帰モデル

$$y = a + bx + u$$

を最小 2 乗法で推定したところ次の表のようになった。ここで，$\hat{\sigma}_u$ は，残差の標準誤差（誤差項の分散の不偏推定値の正の平方根）である。

回帰統計	
重相関係数	0.847
決定係数	0.718
自由度調整済み決定係数	0.624
$\hat{\sigma}_u$	0.608
観測数	5

	係数	標準誤差	t	P-値
切片	−5.592	2.719	−2.057	0.132
x	25.173	9.109	2.764	0.070

次の記述 I ～ III は，この推定結果に関するものである。

I.　残差平方和（小数点以下第 2 位を四捨五入）は 1.1 である。

II.　単位を円にする（つまりすべての値を 1 万倍する）と，切片の t-値は 1 万倍になる。

III.　単位を円にする（つまりすべての値を 1 万倍する）と，切片の推定値は 1 万倍になる。

記述 I 〜 III に関して，次の ① 〜 ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **32**

① I のみ正しい　② II のみ正しい

③ III のみ正しい　④ I と III のみ正しい

⑤ II と III のみ正しい

〔2〕 教養娯楽サービスへの支出金額 y を被説明変数，酒類への支出金額 x と実収入 z を説明変数，互いに独立に正規分布 $N(0, \sigma_v^2)$ に従う誤差項を v とする重回帰モデル

$$y = a' + b'x + c'z + v$$

を最小 2 乗法で推定したところ次の表のようになった。ここで，$\hat{\sigma}_v$ は，残差の標準誤差（誤差項の分散の不偏推定値の正の平方根）である。なお，x と z の相関係数は 0.906 である。

回帰統計	
重相関係数	0.982
決定係数	0.965
自由度調整済み決定係数	0.930
$\hat{\sigma}_v$	0.263
観測数	5

	係数	標準誤差	t	P-値
切片	1.946	2.329	0.836	0.491
x	-6.462	9.310	-0.694	0.559
z	0.041	0.011	3.749	0.064

次の記述 I 〜 III は，この推定結果に関するものである。

I. 実収入 z の係数の推定値は，切片や酒類への支出 x の係数の推定値に比べて 0 に近い。よって，実収入は説明変数として不要である。

II. 説明変数間の相関係数が 0.906 であることと，標本サイズの大きさから考えると，多重共線性の問題は無視して構わない。

III. 酒類への支出 x の係数の P-値が 0.559 であることから，酒類への支出の係数が 0 であるという帰無仮説は，有意水準 5% で棄却される。

記述 I 〜 III に関して，次の ① 〜 ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **33**

① I のみ正しい　② II のみ正しい

③ III のみ正しい　④ I と III のみ正しい

⑤ I と II と III はすべて誤り

〔3〕 次の記述 I 〜 III は，単回帰モデル $y = a + bx + u$ と重回帰モデル $y = a' + b'x + c'z + v$ の推定結果の比較に関するものである。

I. $y = a + bx + u$ と $y = a' + b'x + c'z + v$ において b と b' はともに x の係数であるので，これらの推定値は統計理論上は一般に同じ値になる。しかし，25.173 と -6.462 のように全く違う値になっているため，データの入力ミスをしていると言える。

II. 有意水準 10%のとき，b は $y = a + bx + u$ では有意で，b' は $y = a' + b'x + c'z + v$ では有意ではない。z をコントロールすると b' が有意でなくなったことと，c' が有意であることから考えると，y と x の相関は z が介在することによる見かけ上の相関（擬相関）が疑われる。

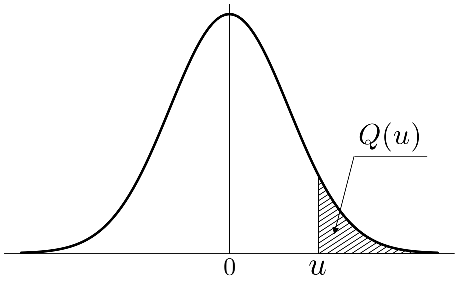
III. $y = a + bx + u$ の推定結果では，b は有意水準 10%で有意なので「x が 1 万円大きいとき y が 25.173 万円大きい」傾向がある。しかし，$y = a' + b'x + c'z + v$ の推定結果では，b' は有意水準 10%で有意でないので，「z が一定の場合，x が 1 万円大きいとき y が 6.462 万円小さくなる」と解釈される。

記述 I 〜 III に関して，次の ① 〜 ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 $\boxed{\textbf{34}}$

① II のみ正しい
② III のみ正しい
③ II と III のみ正しい
④ I と II と III はすべて正しい
⑤ I と II と III はすべて誤り

付　表

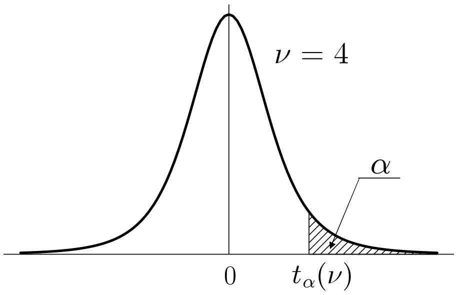
付表 1. 標準正規分布の上側確率



u	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
3.5	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002
3.6	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
3.7	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
3.8	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
3.9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

$u = 0.00 \sim 3.99$ に対する，正規分布の上側確率 $Q(u)$ を与える。
例：$u = 1.96$ に対しては，左の見出し 1.9 と上の見出し .06 との交差点で，$Q(u) = 0.0250$ と読む。表にない u に対しては適宜補間すること。

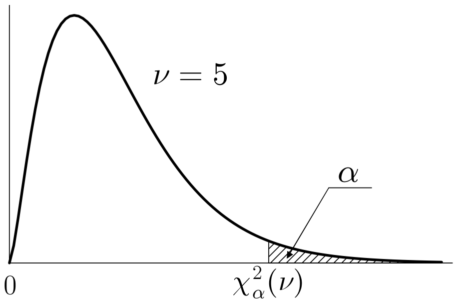
付表 2. t 分布のパーセント点



	α				
ν	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.656
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
240	1.285	1.651	1.970	2.342	2.596
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

自由度 ν の t 分布の上側確率 α に対する t の値を $t_\alpha(\nu)$ で表す。
例：自由度 $\nu = 20$ の上側 5% 点 ($\alpha = 0.05$) は，$t_{0.05}(20) = 1.725$ である。
表にない自由度に対しては適宜補間すること。

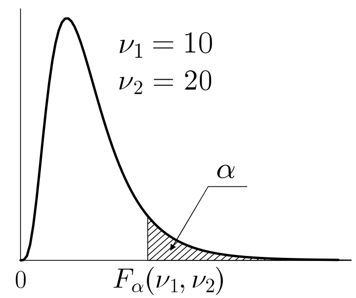
付表 3. カイ二乗分布のパーセント点



	α							
ν	0.99	0.975	0.95	0.90	0.10	0.05	0.025	0.01
1	0.00	0.00	0.00	0.02	2.71	3.84	5.02	6.63
2	0.02	0.05	0.10	0.21	4.61	5.99	7.38	9.21
3	0.11	0.22	0.35	0.58	6.25	7.81	9.35	11.34
4	0.30	0.48	0.71	1.06	7.78	9.49	11.14	13.28
5	0.55	0.83	1.15	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09
6	0.87	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81
7	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48
8	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09
9	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67
10	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21
11	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.92	24.72
12	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22
13	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.36	24.74	27.69
14	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14
15	5.23	6.26	7.26	8.55	22.31	25.00	27.49	30.58
16	5.81	6.91	7.96	9.31	23.54	26.30	28.85	32.00
17	6.41	7.56	8.67	10.09	24.77	27.59	30.19	33.41
18	7.01	8.23	9.39	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81
19	7.63	8.91	10.12	11.65	27.20	30.14	32.85	36.19
20	8.26	9.59	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57
25	11.52	13.12	14.61	16.47	34.38	37.65	40.65	44.31
30	14.95	16.79	18.49	20.60	40.26	43.77	46.98	50.89
35	18.51	20.57	22.47	24.80	46.06	49.80	53.20	57.34
40	22.16	24.43	26.51	29.05	51.81	55.76	59.34	63.69
50	29.71	32.36	34.76	37.69	63.17	67.50	71.42	76.15
60	37.48	40.48	43.19	46.46	74.40	79.08	83.30	88.38
70	45.44	48.76	51.74	55.33	85.53	90.53	95.02	100.43
80	53.54	57.15	60.39	64.28	96.58	101.88	106.63	112.33
90	61.75	65.65	69.13	73.29	107.57	113.15	118.14	124.12
100	70.06	74.22	77.93	82.36	118.50	124.34	129.56	135.81
120	86.92	91.57	95.70	100.62	140.23	146.57	152.21	158.95
140	104.03	109.14	113.66	119.03	161.83	168.61	174.65	181.84
160	121.35	126.87	131.76	137.55	183.31	190.52	196.92	204.53
180	138.82	144.74	149.97	156.15	204.70	212.30	219.04	227.06
200	156.43	162.73	168.28	174.84	226.02	233.99	241.06	249.45
240	191.99	198.98	205.14	212.39	268.47	277.14	284.80	293.89

自由度 ν のカイ二乗分布の上側確率 α に対する χ^2 の値を $\chi^2_\alpha(\nu)$ で表す。
例：自由度 $\nu = 20$ の上側 5% 点 ($\alpha = 0.05$) は，$\chi^2_{0.05}(20) = 31.41$ である。
表にない自由度に対しては適宜補間すること。

付表 4. F 分布のパーセント点



$\alpha = 0.05$

$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	40	60	120	∞
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.950	4.876	4.818	4.772	4.735	4.619	4.558	4.464	4.431	4.398	4.365
10	4.965	4.103	3.708	3.478	3.326	3.217	3.135	3.072	3.020	2.978	2.845	2.774	2.661	2.621	2.580	2.538
15	4.543	3.682	3.287	3.056	2.901	2.790	2.707	2.641	2.588	2.544	2.403	2.328	2.204	2.160	2.114	2.066
20	4.351	3.493	3.098	2.866	2.711	2.599	2.514	2.447	2.393	2.348	2.203	2.124	1.994	1.946	1.896	1.843
25	4.242	3.385	2.991	2.759	2.603	2.490	2.405	2.337	2.282	2.236	2.089	2.007	1.872	1.822	1.768	1.711
30	4.171	3.316	2.922	2.690	2.534	2.421	2.334	2.266	2.211	2.165	2.015	1.932	1.792	1.740	1.683	1.622
40	4.085	3.232	2.839	2.606	2.449	2.336	2.249	2.180	2.124	2.077	1.924	1.839	1.693	1.637	1.577	1.509
60	4.001	3.150	2.758	2.525	2.368	2.254	2.167	2.097	2.040	1.993	1.836	1.748	1.594	1.534	1.467	1.389
120	3.920	3.072	2.680	2.447	2.290	2.175	2.087	2.016	1.959	1.910	1.750	1.659	1.495	1.429	1.352	1.254

$\alpha = 0.025$

$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	40	60	120	∞
5	10.007	8.434	7.764	7.388	7.146	6.978	6.853	6.757	6.681	6.619	6.428	6.329	6.175	6.123	6.069	6.015
10	6.937	5.456	4.826	4.468	4.236	4.072	3.950	3.855	3.779	3.717	3.522	3.419	3.255	3.198	3.140	3.080
15	6.200	4.765	4.153	3.804	3.576	3.415	3.293	3.199	3.123	3.060	2.862	2.756	2.585	2.524	2.461	2.395
20	5.871	4.461	3.859	3.515	3.289	3.128	3.007	2.913	2.837	2.774	2.573	2.464	2.287	2.223	2.156	2.085
25	5.686	4.291	3.694	3.353	3.129	2.969	2.848	2.753	2.677	2.613	2.411	2.300	2.118	2.052	1.981	1.906
30	5.568	4.182	3.589	3.250	3.026	2.867	2.746	2.651	2.575	2.511	2.307	2.195	2.009	1.940	1.866	1.787
40	5.424	4.051	3.463	3.126	2.904	2.744	2.624	2.529	2.452	2.388	2.182	2.068	1.875	1.803	1.724	1.637
60	5.286	3.925	3.343	3.008	2.786	2.627	2.507	2.412	2.334	2.270	2.061	1.944	1.744	1.667	1.581	1.482
120	5.152	3.805	3.227	2.894	2.674	2.515	2.395	2.299	2.222	2.157	1.945	1.825	1.614	1.530	1.433	1.310

自由度 (ν_1, ν_2) の F 分布の上側確率 α に対する F の値を $F_\alpha(\nu_1, \nu_2)$ で表す。
例：自由度 $\nu_1 = 5$, $\nu_2 = 20$ の上側 5% 点 $(\alpha = 0.05)$ は，$F_{0.05}(5, 20) = 2.711$ である。
表にない自由度に対しては適宜補間すること。

一般財団法人　統計質保証推進協会

統計検定センター

〒101-0051 東京都千代田区神田神保町３丁目６番

URL **http://www.toukei-kentei.jp**

2018.11