



## 2016 年 RSS/JSS 試験 (Higher Certificate)

### HIGHER CERTIFICATE IN STATISTICS, 2016

#### モジュール 7 : 時系列と指数

制限時間: 90 分

4 問中 3 問を選択の上 解答のこと。

各問は合計 20 点である。小問の配点は括弧の中に記されている。

グラフ用紙と統計数値表は配布する。

解答にあたっては電卓を使用してよい。  
ただし、一般財団法人統計質保証推進協会による「受験要領」に記された範囲で使用すること。

数学記号  $\log$  は  $e$  を底とする自然対数を表す。  
その他の底をもつ対数は、例えば  $\log_{10}$  のように底を明示する。

また、 $\binom{n}{r}$  は  ${}_nC_r$  と同じ意味とする。

---

問題用紙は 8 頁からなり、それぞれの頁は片面にのみ印刷されている。  
この表紙が 1 頁目である。  
第 1 問は 2 頁目から始まる。

問題は全部で 4 問である。

1.

(i) 四半期時系列 $y(t)$ に対する加法的トレンドと季節成分分解が

$$y(t) = T(t) + C(t) + R(t)$$

のように表現される. ただし,  $T(t)$ と $R(t)$ はトレンド成分とランダム, すなわち不規則な成分を表している. このとき,  $C(t)$ に制約条件 $C(t) = C(t - 4)$ がなぜ課されるか答えなさい. また, 和 $C(1) + C(2) + C(3) + C(4)$ に課される通常の「標準化」の条件を述べなさい. (3)

分析家 A はケーキ製造会社の売り上げデータに対して加法的季節的分解を施すとする. 以下の表には, データと売り上げ時系列データを単純な 3 時点移動平均によって平滑化した結果の一部とその対応する誤差を各四半期 Q1 から Q4 まで掲げてある.

期間	売り上げ (1000 英ポンド) $y(t)$	平滑化された値 $y^*(t)$	誤差
2012 年 Q1	241		
2012 年 Q2	283	268.33	14.67
2012 年 Q3	281	296.33	-15.33
2012 年 Q4	325	297.67	27.33
2013 年 Q1	287	296.00	-9.00
2013 年 Q2	276	288.00	-12.00
2013 年 Q3	301	309.67	-8.67
2013 年 Q4	352	325.00	27.00
2014 年 Q1	322	335.67	-13.67
2014 年 Q2	333		
2014 年 Q3	351		
2014 年 Q4	410		

(ii) 抜けている 2014 年の Q2 と Q3 の平滑化された値とその誤差を計算しなさい.

【注意: 受験者は端点である 2012 年の Q1 あるいは 2014 年の Q4 の平滑化された値を計算する必要はない.】 (3)

(iii) 四半期データを平滑化する時に, 3 時点移動平均の持つ弱点を説明しなさい. (1)

(iv) Q1 から Q4 までの季節的な項の推定値を答えなさい. (4)

(v) 平滑化された値に線形回帰モデルを当てはめると

$$y^*(t) = 254.99 + 8.72t$$

が得られる.  $t$ は 2012 年の Q1 からの四半期の数である. つまり, 2012 年の Q1 の時,  $t = 1$ である. (i)のモデルを使って分析家 A による 2015 年の Q3 と Q4 の売り上げの予測値を求めなさい. (3)

問題 1 は次のページに続く

- (vi) 分析家 B は  $y(t)$  を  $t$  と Q4 に対するダミー変数に線形回帰して、以下の結果を得た。

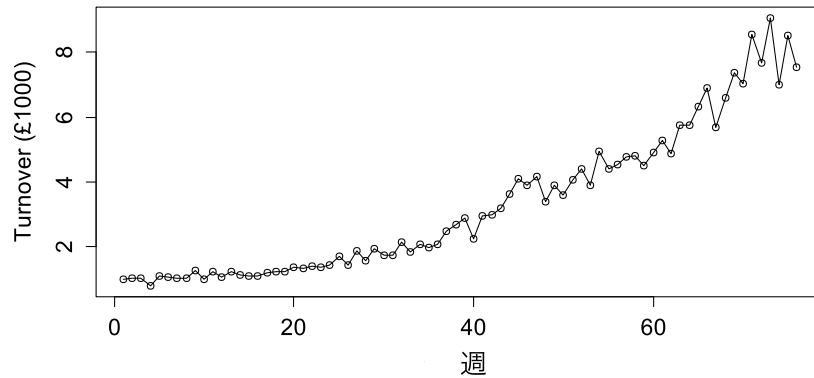
係数:

	推定値	標準誤差
(切片)	242.282	8.006
$t$	9.157	1.122
Q4	46.798	8.947

説明変数の  $t$  と Q4 に対するダミー変数はモデルに入れるべきか説明しなさい。 (4)

- (vii) 分析家 B のモデルを使って、2015 年の Q3 と Q4 の売り上げの予測値を計算しなさい。そして、その予測値を (v) で得た分析家 A による予測値と比較しなさい。 (2)

2. ある創業したばかりの小売業者の週の総売り上げの時系列データ  $w_t$  (1000 英ポンド) が 76 週まで以下に図示されている.



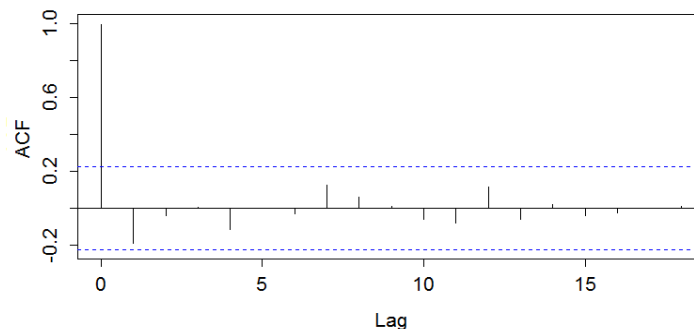
- (i) 系列をそのトレンドと季節成分とその他の注目すべき成分で説明しなさい. (3)
- (ii) この系列を分析する際に, 予測者はデータの自然対数値  $x_t = \log_e(w_t)$  とその階差  $y_t = x_t - x_{t-1}$  を計算する. これらのことがなされる理由を推測しなさい. (2)

予測者は  $y_t$  に対して定数項を含む ARIMA ( $p, d, q$ ) モデルを当てはめるとする. 以下の計算機の実出力結果はモデルを推定するソフトウェアの実出力結果である.

Coefficients:

	ar1	ar2	intercept
	-0.7983	-0.2276	0.0278
s.e.	0.1121	0.1126	0.0057

- (iii) 当てはめられたモデルの  $p, d, q$  の次数を述べ,  $y_t$  に対する式を過去の値  $y_{t-i}$  と誤差系列  $\varepsilon_t$  を使って書きなさい. また, それらの性質を定義しなさい. (6)
- (iv)  $x_t$  に対して ARIMA モデルを当てはめた時の  $p, d, q$  の次数を述べなさい. また,  $x_t$  のどのような性質のために, 予測者は  $y_t$  のモデルに対して定数項を含めようとするのかを説明しなさい. (2)
- (v) 予測者は当てはめたモデルの残差の自己相関を以下のようにプロットした.



このプロットがなされる理由とこのプロットから分かることを説明しなさい. (3)

問題 2 は次のページに続く

- (vi) (iii)で書かれた式を使って $y_{77}$ の1期先予測の表現を求めなさい. 変換されていない原データの予測をどのように行うかを簡潔に説明しなさい. (4)

3. 商品*i*の一単位あたりの価格と売れた数量をそれぞれ0時点では $p_{0i}$ ,  $q_{0i}$ とし,  $t$ 時点では $p_{ti}$ ,  $q_{ti}$ とする.

(i) ラスパイレス数量指数 $Q_L(0, t)$ の式を述べなさい.  $Q_L(0, t)$ の分子と分母についてどのように解釈できるか答えなさい. (3)

(ii) 対応するパーシェ価格指数 $P_P(0, t)$ の式を述べなさい. (1)

(iii) 以下の関係式が成立することを示しなさい.

$$Q_L(0, t) = \frac{\sum_i p_{ti} q_{ti}}{\sum_i p_{0i} q_{0i}} / P_P(0, t). \quad (4)$$

(iv) (iii)においては $Q_L(0, t)$ を求める時に $P_P(0, t)$ が使われているが, この $P_P(0, t)$ を何と呼ぶかを答えなさい. (1)

(v) 下の表は2008年と2014年の魚製品製造業者の売り上げに関するデータからなっている. 各製品グループに対する個々のパーシェ価格指数を使って, 3つすべての製品グループの全売り上げの2014年のラスパイレス数量指数を計算しなさい. ただし, 2008年を基準年とする.

(6)

製品グループ	2008年売り上げ (1000英ポンド)	2014年売り上げ (1000英ポンド)	製品グループに対する $P_P(2008, 2014)$
Frozen fillets	245	269	98.6
Dressed fish	173	166	97.3
Fish fingers	111	105	101.2

(vi) この製造業者はまた, 「他の水産加工品」カテゴリの売り上げが2008年に33000英ポンドであったことを知っているが, 対応する2014年の数字は利用できない. しかし, 売り上げた重量は2008年が2750kgで2014年が3130kgであった. 魚製品と他の水産加工品を組み合わせたラスパイレス数量指数を計算しなさい. (5)

4. (a) (i) 商品*i*の一単位あたりの価格と売れた数量をそれぞれ0時点では $p_{0i}$ ,  $q_{0i}$ とし,  $t$ 時点では $p_{ti}$ ,  $q_{ti}$ とする. この商品の0時点を基準とした  $t$ 時点のラスパイレス価格指数を

$$P_L(0, t) = \frac{\sum_i q_{0i} p_{ti}}{\sum_i q_{0i} p_{0i}}$$

と定義する.

$P_L(0, t)$ は相対価格 $R_{0ti} = \frac{p_{ti}}{p_{0i}}$ の加重平均で表されることを示せ. この加重平均のウェイトを何と解釈するかを答えなさい. (4)

(ii) ある会社が販売する商品は互いに排他的なグループ: A と B に分けられる. この会社の全体のラスパイレス価格指数は個々の価格指数 $P_{L,A}(0, t)$ と $P_{L,B}(0, t)$ の加重平均となることを示せ. また, この加重平均のウェイトの解釈を述べなさい. (5)

- (b) ある国の経済的な産出高は次の表のように3つの部門に分類される.

経済部門	2012年価格 (10億ユーロ)	2013年価格 (10億ユーロ)	2013年ラスパイレス 数量指数 (基準年2012年)	2014年ラスパイレス 数量指数 (基準年2013年)
農業	30	31	100.2	99.5
製造業	50	48	98.3	98.5
サービス業	60	75	102.9	105.4

- (i) 2012年を基準年とした2013年の経済全体のラスパイレス数量指数および2013年を基準年とした2014年の数量指数を計算しなさい. (6)
- (ii) 上記で計算した2つの指数を関連付けて, 2012年を基準年とした2014年の連鎖ラスパイレス数量指数を求めなさい. (3)
- (iii) 連鎖方式の計算は, 直接 $Q_L(2012, 2014)$ を計算するよりもなぜ好まれるのか, その理由を答えなさい. (2)

BLANK PAGE