2016年 RSS/JSS 試験（Higher Certificate）

HIGHER CERTIFICATE IN STATISTICS, 2016

モジュール 2：確率モデル

制限時間： 90 分

4 問中 3 問を選択の上解答のこと.

各問は合計 20 点である．小問の配点は括弧の中に記されている.

グラフ用紙と統計数値表は配布する.

解答にあたっては電卓を使用してよい.
ただし，一般財団法人統計質保証推進協会による「受験要領」に
記された範囲で使用すること.

数学記号 log は **e** を底とする自然対数を表す.
その他の底をもつ対数は，例えば $\log_{10}$ のように底を明示する.

また，$\binom{n}{r}$ は ${}_nC_r$ と同じ意味とする.

問題用紙は 8 頁からなり，それぞれの頁は片面にのみ印刷されている.
この表紙が 1 頁目である.
第 1 問は 2 頁目から始まる.

問題は全部で 4 問である.

1.　パラメータ $\lambda > 0$ のポアソン確率変数 X の確率関数は以下で与えられる．

$$P_X(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \quad x = 0, 1, 2, \ldots\ .$$

(i)　任意の整数 $x \geq 0$ に対して以下が成り立つことを示しなさい．

$$P_X(x+1) = \frac{\lambda}{x+1} P_X(x).$$

(3)

(ii)　$E(X)$ と $E(X(X-1))$ を求め，これらを用いて $E(X) = \mathrm{Var}(X) = \lambda$ であることを示しなさい．

(6)

(iii)　Y は平均 μ のポアソン確率変数で，X と Y は独立であるとし，$W = X + Y$ とする．関係式

$$P_W(w) = \sum_{x=0}^{w} P(X = x) P(Y = w - x)$$

を用いて，W は平均 $\lambda + \mu$ のポアソン確率変数であることを示しなさい．

(4)

(iv)　ある製造会社には，タイプ C とタイプ D の 2 つのベルトコンベアーがある．これらのベルトコンベアーの 1 日の故障数 X と Y は互いに独立で，タイプ C とタイプ D に対してそれぞれ平均 1.5 と 0.5 のポアソン確率変数である．

(a)　ある日 1 日にどちらか一方だけに 1 回だけ故障があったときに，その故障がベルトコンベヤーC である条件付き確率を求めなさい．

(4)

(b)　ある 5 日間で，この製造会社での故障数が高々 1 回である確率はいくらか

(3)

2. 成功確率が p の互いに独立なベルヌイ試行の列を考える．確率変数 X を最初の成功までの失敗の数とする．

(i) X の確率関数を求め，X の取りうる値すべてに関して和を取ると 1 になることを示しなさい.

(5)

(ii) $E(X)$ を求めなさい.

(4)

(iii) 敵機 1 機が領空侵入に成功する確率は 0.01 である.

(a) 複数の敵機が領空侵入を互いに独立に繰り返し謀るとき，最初の成功が 80 機目である確率はいくらか.

(2)

（b） 最初の侵入成功までに 80 回以上失敗する確率はいくらか.

(5)

(iv) ２回目の成功までの失敗の合計数 Y について考える．Y の確率関数を求めなさい．また，X の平均を考えることによって以下の式を示しなさい.

$$E(Y) = 2\left(\frac{1-p}{p}\right).$$

(4)

3. (a) ある工場では，大きいボトルと小さいボトルの水を製造している．大きいボトルの水の量は互いに独立に平均 1.5 リットル，標準偏差 0.01 リットルの正規分布に従う．小さいボトルの水の量は互いに独立に平均 0.5 リットル，標準偏差 0.008 リットルの正規分布に従う．

(i) 大きいボトル 1 本と小さいボトル 3 本を無作為に選ぶ．大きいボトルの水の量が小さいボトル 3 本の合計量よりも多い確率はいくらか

(3)

(ii) 大きいボトル 10 本と小さいボトル 3 本の合計量の分布を求めなさい.

(6)

1) ある製造業者は袋菓子を製造しており，1 袋の重さは，互いに独立に平均 30g 標準偏差 5g の分布に従う．無作為に 50 袋の菓子を取り出す.

.

(i) １袋の重さの標本平均の近似分布を述べなさい．用いた定理などを明示すること.

(3)

(ii) 前問で述べた分布を用いて 1 袋の重さの標本平均が 29g 未満である確率を求めなさい.

(3)

(iii) 無作為に n 袋を取り出したとする．1 袋の重さの標本平均が 29 g を下回る確率が 0.05 未満になることが望まれている．そのようになる最小の n の値を求めなさい.

(5)

4. (a) 連続型確率変数 X の確率密度関数は以下で与えられる.

$$f(x) = \alpha(1-x)^{\alpha-1}, \quad 0 < x < 1,\ \alpha > 0.$$

(i) X の累積分布関数 $F(x)$を求めなさい.

(3)

(ii) $P(0.25 < X < 0.75)$を求めなさい.

(4)

(iii) $F(x)$ を用いて X の中央値を求めなさい.

(3)

(b) 連続型確率変数 Y の確率密度関数は以下で与えられる.

$$f(y) = 9ye^{-3y}, \quad y \geq 0.$$

(i) $E(Y)$ を求めなさい.

(6)

(ii) $P(Y < 3)$はいくらか.

(4)

BLANK PAGE

BLANK PAGE

BLANK PAGE