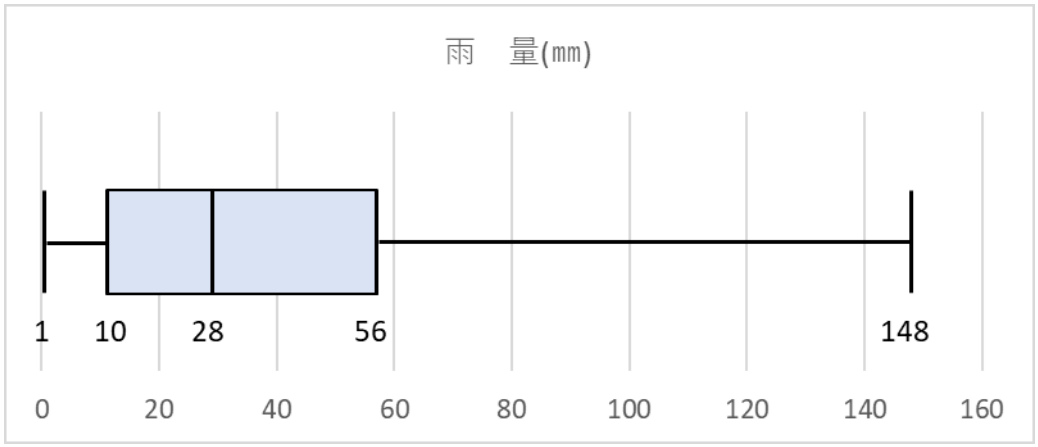
# 2026年度1級 統計応用・略解

## 人文科学

**問1**

〔1〕以下が一例。




〔2〕 $F(x;\lambda) = \begin{cases} 1-\exp(-\lambda x) & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$

$\lambda = 1/40$ のとき，25% 点は約 11.5，中央値は約 27.7，75% 点は約 55.4 である。

〔3〕 $P(X_{(1)} \leq x) = 1-(1-G(x))^n, \quad P(X_{(n)} \leq x) = (G(x))^n,$

$$P(X_{(k)} \leq x) = \sum_{i=k}^{n} \binom{n}{i} (G(x))^i (1-G(x))^{n-i}$$

〔4〕 $P(X_{(1)} \leq x) = \begin{cases} 1-\exp(-n\lambda x) & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$ ， $E[X_{(1)}] = \dfrac{1}{n\lambda}$

$\lambda = 1/40,\ n = 20$ のとき $E[X_{(1)}] = 2$ である。

〔5〕 $E(X_{(n)}) \simeq 142.9$

**問 2**

〔1〕 $\hat{b} = \dfrac{s_{xy}}{s_{xx}},\ \hat{a} = \overline{y} - \hat{b}\overline{x},\ \hat{d} = \dfrac{s_{xy}}{s_{yy}},\ \hat{c} = \overline{x} - \hat{d}\overline{y}$ となるから $\hat{b}\hat{d} = r^2$ である。相関係数の絶対値は 1 以下であるから，$0 \leq \hat{b}\hat{d} \leq 1$ が成り立つ。

〔2〕 $n$ 個の点 $(x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$ が同一直線上にあること。

〔3〕 $s_{xy}m^2 + (s_{xx} - s_{yy})m - s_{xy} = 0$

〔4〕 $s_{xx} = s_{yy}$ のとき，$\hat{b} = r$，$1/\hat{d} = 1/r$，$m = \begin{cases} +1 & (s_{xy} > 0) \\ -1 & (s_{xy} < 0) \end{cases}$ となる。従って，3 直線の位置関係は，

(i) $s_{xy} > 0$ のとき，第 1 主成分直線は $\ell_{pc}\ :\ y = x$ であり，$\ell_y$ と $\ell_x$ は $\ell_{pc}$ をはさんで対称な位置（3 直線とも，$(\overline{x}, \overline{y})$ を通る）。

(ii) $s_{xy} < 0$ のとき，第 1 主成分直線は $\ell_{pc}\ :\ y = -x$ であり，$\ell_y$ と $\ell_x$ は $\ell_{pc}$ をはさんで対称な位置（3 直線とも，$(\overline{x}, \overline{y})$ を通る）。

〔5〕 $f(m) = s_{xy}m^2 + (s_{xx} - s_{yy})m - s_{xy}$ とおくと，上問〔3〕より，$f(m) = 0$ のふたつの解のうち，大きい方が第 1 主成分直線の傾きであり，もう一方は第 2 主成分直線の傾きである。

$\hat{b}$ と $1/\hat{d}$ の大小を調べると，$|r| = 1$ のとき $\hat{b} = 1/\hat{d}$，$|r| < 1$ のときには $\hat{b} < 1/\hat{d}$ である。$f(\hat{b})$ と $f(1/\hat{d})$ の符号を調べると，$|r| < 1$ のときには $f(\hat{b}) < 0$，$f(1/\hat{d}) > 0$ となり，中間値の定理より $\hat{b}$ と $1/\hat{d}$ の間で $f(m) = 0$ となる $m$ が存在することが分かる。$s_{xy} > 0$ のとき，2 次曲線 $y = f(m)$ は下に凸であるから，条件をみたす $f(m) = 0$ の解は $\hat{b} < m < 1/\hat{d}$ を満たし，$f(\hat{b}) < 0 < f(1/\hat{d})$ であるから，この $m$ は $f(m) = 0$ の大きい方の解であることがいえる。$|r| = 1$ の場合は，$\hat{b} = 1/\hat{d}$ であり，かつ $f(\hat{b}) = 0$ である。この場合，上問〔2〕で見たように，$n$ 個の点は一直線上に並び，その傾き $\hat{b}$ は第 1 主成分直線の傾きに他ならないので，この場合も関係式が成り立つ。

## 問 3

〔1〕非標準化パス係数は 0.75，標準化パス係数は 0.5 である。

〔2〕$r_{XM} = 0.5$，$r_{MY} = 0.55$

〔3〕〔3-1〕$(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = (0.8, 0.6, 0.5)$

〔3-2〕$V[\varepsilon_1] = 0.36,\ V[\varepsilon_2] = 0.64,\ V[\varepsilon_3] = 0.75$

〔4〕〔4-1〕図 1 のパス係数と比べると，いずれも図 3 のほうが係数の絶対値は大きくなると予想される。図 1 の $X$ は単純な和得点であるが，ここには各項目に含まれる測定誤差が含まれることで，他の変数との相関の希薄化が生じている。その結果，パス係数が過小評価されてしまっている可能性がある。一方で図 3 では，測定誤差は独自因子 $\varepsilon$ として分離することができ，$\theta$ は構成概念の純粋な得点として扱うことで，希薄化の影響を抑制できていると考えられる。

〔4-2〕推定すべきパラメータの種類及び個数は，因子負荷: 3，パス係数: 3，独自因子の分散: 3，$M, Y$ の残差分散: 2 で，合計 11 個。モデルの自由度は 4 である。

## 問 4

〔1〕$P_1(0) = 0.5,\ P_2(0) \simeq 0.072,\ P_3(0) \simeq 0.796$

〔2〕困難度パラメータ $b_i$ は，その項目の正答確率が 0.5 になる能力値を表す。識別力パラメータ $a_i$ は，項目特性曲線の傾きに関係するパラメータであり，値が大きいほど，能力値のわずかな違いによって正答確率が大きく変化する。特に，正答確率が 0.5 となる困難度付近，すなわち $\theta \approx b_i$ の受験者を識別するのに適している。項目 2 は，3 項目の中で最も識別力が高いから，能力値が $\theta \approx 1.0$ 付近の受験者を識別するのに特に有効な項目である。

〔3〕局所独立の仮定とは，受検者の能力パラメータ $\theta$ を条件づけたときに，各項目への正答確率が独立になることを意味する。この仮定は，尤度関数を単純な積の形で表現して計算を容易にするために重要な仮定である。尤度関数が積の形で表せると，テスト情報関数も項目情報関数の和で表せるため，推定精度の計算が容易になる。

〔4〕$I_i(\theta) = 1.7^2 a_i^2 P_i(\theta)(1 - P_i(\theta))$

〔5〕各項目の項目情報量は $I_1(0) = 0.7225,\ I_2(0) \simeq 0.434,\ I_3(0) \simeq 0.300$ となるから，テスト情報量は $0.7225 + 0.434 + 0.300 = 1.4565$。最尤推定値 $\widehat{\theta}$ の標準誤差は，漸近的にテスト情報量の逆数の正の平方根になることが知られており，$\mathrm{SE}(\widehat{\theta})_{\theta=0} = 1/\sqrt{1.4565} \simeq 0.829$ となる。

**問 5**

〔1〕 $1-\lambda$

〔2〕 $1-\lambda$

〔3〕〔3-1〕 $z_1=\eta_1,\ z_t=\varepsilon_t z_{t-1},\ t=2,\ldots,n$。$z_t$ の取り得る値は $-1,1$ である。

〔3-2〕 $P(z_t=j \mid z_{t-1}=i)=\begin{cases} \lambda, & (j=i) \\ 1-\lambda, & (j=-i) \end{cases}$

〔3-3〕 推移確率行列は $\begin{pmatrix} \lambda & 1-\lambda \\ 1-\lambda & \lambda \end{pmatrix}$ であり，$t$ に依存しないから，このマルコフ連鎖は斉時な 2 状態マルコフ連鎖である。

〔4〕〔4-1〕 $(1/2)\lambda^6(1-\lambda)^3$

〔4-2〕 $\widehat{\lambda}=2/3$

〔4-3〕 $0.667 \pm 0.308 = [0.359, 0.975]$

〔4-4〕 $\lambda > 1/2$ であれば，前時点と同じ増減方向が続く傾向があるといえ，実際，$\widehat{\lambda}=2/3 > 1/2$ である。しかし，信頼区間は 0.5 を含むから，有意とはいえない。

〔4-5〕 およそ 97.5

# 社会科学

**問 1**

〔1〕 $\widehat{\beta}_{\mathrm{OLS}} = 4.0$

〔2〕 $\widehat{\beta}_{\mathrm{OLS}} \xrightarrow{p} \beta_1 + \dfrac{\mathrm{Cov}(x,u)}{V[x]}$ $(n \to \infty)$ であり，バイアス項は正であるので過大評価となる。

〔3〕 $\widehat{\beta}_{\mathrm{IV}} = 2.5$

〔4〕 $\widehat{\alpha}_1 = 2.0$，$R^2 = 0.4$，クーポン配布は受講時間の変動の 40% を説明している。

〔5〕 クーポン配布は，希望者への配布ではなく，対象者の中から抽選によって行われているため，クーポンを受け取った群と受け取らなかった群の間で，勤勉さや個人の能力に差はないと期待できる。一方,「訓練プログラムへの参加意欲を尋ねた事前アンケートのスコア」は，誤差項に含まれる「勤勉さ」と相関しやすいと考えられ，外生性の条件を満たすとは考えにくい。したがって，ランダム化に基づいた本問の $z$ の方が，外生性の条件を満たす根拠が強い。

**問 2**

〔1〕 評価者 1 は 2.38，評価者 2 は 2.12 である。

〔2〕 $\kappa \simeq 0.326$

〔3〕 両評価者の評価がすべて一致し，$\sum_a n_{aa} = n$ となるとき，$\kappa$ は最大値 1 となる。
また，$n_{aa} = n_{a+}n_{+a}/n$ がすべてのカテゴリー $a$ について成り立つとき，$\kappa = 0$ となる。

〔4〕 対角成分の合計が最小となる表は,

(1)

| | | 評価者 2 | | |
|---|---|---|---|---|
| | | ○ | × | 計 |
| 評価者 1 | ○ | 0 | 25 | 25 |
| | × | 25 | 0 | 25 |
| | 計 | 25 | 25 | 50 |

(2)

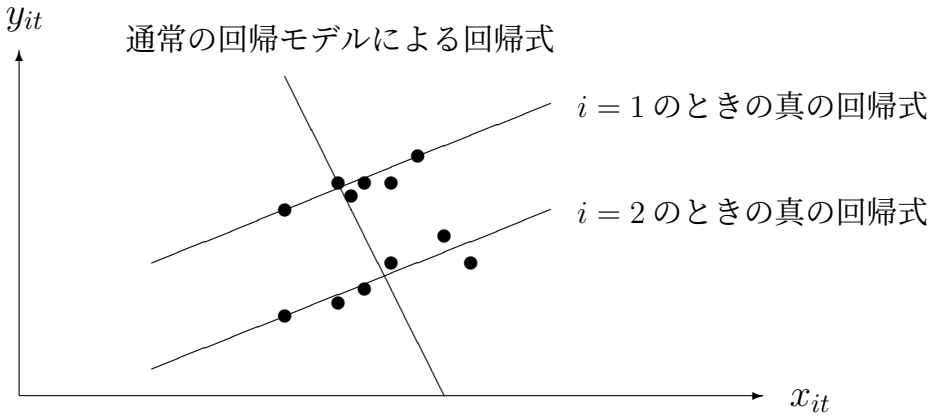
| | | 評価者 2 | | |
|---|---|---|---|---|
| | | ○ | × | 計 |
| 評価者 1 | ○ | 5 | 20 | 25 |
| | × | 25 | 0 | 25 |
| | 計 | 30 | 20 | 50 |

となり，それぞれの場合の $\kappa$ は，(1) が $\kappa = -1$，(2) が $\kappa = -0.8$ である。これらはそれぞれ，与えられた周辺和に対する $\kappa$ の最小値である。(1) のように，ふたりの評価者の間に完全不一致となるパターンを考えることができるのは，周辺和の行和 $(n_{1+}, n_{2+})$ と列和 $(n_{+1}, n_{+2})$ が $n_{1+} = n_{+2},\ n_{2+} = n_{+1}$ を満足する場合であり，さらに $n_{1+} = n_{+2} = n_{2+} = n_{+1}$ のときのみ，$\kappa$ は最小値 $-1$ を達成できる。

〔5〕 帰無仮説 $\mathrm{H}_0$ の下，$E[T] = 15.5$，$V[T] = 11.25$ であるから，標準化した検定統計量の値は $(22 - 15.5)/\sqrt{11.25} \simeq 1.94$ となる。この値は $N(0,1)$ の上側 5% 点（1.645）よりも大きいので，検定は 5% 有意である。

**問 3**

〔1〕[モデル A] が真の構造と仮定できる下図のような場合に，真の傾きに対する一致性を失う可能性がある。




〔2〕 $\widehat{\beta}_{\mathrm{FE}} = \dfrac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}(x_{it} - \overline{x}_i)(y_{it} - \overline{y}_i)}{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}(x_{it} - \overline{x}_i)^2}$

〔3〕 $\sqrt{n}(\widehat{\beta}_{\mathrm{FE}} - \beta) \xrightarrow{d} N\left(0,\ \dfrac{\sigma^2}{\rho^2}\right) \quad (n \to \infty)$

〔4〕検定統計量として $Z = \dfrac{\widehat{\beta}_{\mathrm{FE}}}{\sqrt{\widehat{\sigma}^2/n\rho^2}}$ を使えば，$Z \simeq 8.4$ であるから，$|8.4| > 2.58$ より，有意水準 1% で帰無仮説は棄却される。

〔5〕 $F = \dfrac{(\mathrm{RSS}_0 - \mathrm{RSS}_1)/(n-1)}{\mathrm{RSS}_1/(nT-n-1)}$ は，帰無仮説の下で，自由度 60，304 の $F$ 分布に従う。検定統計量 $F$ の実現値は $F \simeq 12.15$ であり，検定統計量の標本分布を $F$ 分布 $F(60, \infty)$ で近似すると，その上側 5% 点は 1.318 であるから，$12.15 > 1.318$ より帰無仮説は有意水準 5% で棄却される。

**問 4**

〔1〕最小 2 乗推定値は $a \simeq 0.066,\ b \simeq 0.920$ ，決定係数はおよそ 0.791 である。

〔2〕平均は $\overline{Z} \simeq 0.023$，標準偏差は $S_Z \simeq 0.0099$ である。最小 2 乗推定値は $c \simeq 0.066,\ d \simeq -0.080$ である。

〔3〕$p_1, r_1$ の満たす関係式は $0.561p_1 + 0.439r_1 = 0.579$，$(p_1, r_1)$ の存在範囲は $(p_1, r_1)$ 平面の 2 点 $(0.250, 1), (1, 0.041)$ を結ぶ線分。

〔4〕推定値は $p_1 \simeq 0.980,\ r_1 \simeq 0.067$ である。

〔5〕推定値は $p = 0.986,\ r = 0.066$ である。この結果から，2024 年選挙で投票した人の約 98.6% は 2026 年選挙でも投票し，2024 年選挙で棄権した人の 6.6% が 2026 年選挙に投票したことになる。その結果，2026 年選挙の投票率は，2024 年選挙に比べて若干高くなったことになる。

**問 5**

〔1〕$1 - \lambda$

〔2〕$1 - \lambda$

〔3〕〔3-1〕$z_1 = \eta_1,\ z_t = \varepsilon_t z_{t-1},\ t = 2, \ldots, n$。$z_t$ の取り得る値は $-1, 1$ である。

〔3-2〕$P(z_t = j \mid z_{t-1} = i) = \begin{cases} \lambda, & (j = i) \\ 1 - \lambda, & (j = -i) \end{cases}$

〔3-3〕推移確率行列は $\begin{pmatrix} \lambda & 1-\lambda \\ 1-\lambda & \lambda \end{pmatrix}$ であり，$t$ に依存しないから，このマルコフ連鎖は斉時な 2 状態マルコフ連鎖である。

〔4〕〔4-1〕$(1/2)\lambda^6(1-\lambda)^3$

〔4-2〕$\widehat{\lambda} = 2/3$

〔4-3〕$0.667 \pm 0.308 = [0.359, 0.975]$

〔4-4〕$\lambda > 1/2$ であれば，前時点と同じ増減方向が続く傾向があるといえ，実際，$\widehat{\lambda} = 2/3 > 1/2$ である。しかし，信頼区間は 0.5 を含むから，有意とはいえない。

〔4-5〕およそ 97.5

# 理工

## 問 1

〔1〕 $\overline{X}_U = 33.29$

〔2〕 およそ 0.1963

〔3〕 $n \simeq 12.34,\ \overline{X}_U \simeq 32.81$

〔4〕 $n \simeq 9.88,\ \overline{X}_U \simeq 32.68$

〔5〕〔5-1〕 上問〔4〕では差は約 5.586 であり，上問〔3〕の場合の差（5）よりも大きい。

〔5-2〕 ロット分散（母分散）は $6^2$ であるから，標本平均の標準偏差は $6/\sqrt{n}$ である。良いロットと悪いロットのロット平均の差が大きいほど，それぞれの標本平均の分布の重なりは小さくなり，同じ誤判定確率を満たすために必要なサンプルサイズは小さくてすむ。

〔5-3〕 上問〔3〕の方式では，ロット平均が同じであれば，不良品がどの程度含まれているかは直接考慮されない。一方，上問〔4〕の方式では，個々の製品が上限規格値を超える確率（不良率）によってロットを定義している。

**問 2**

〔1〕 $\hat{b} = \dfrac{s_{xy}}{s_{xx}},\ \hat{a} = \overline{y} - \hat{b}\overline{x},\ \hat{d} = \dfrac{s_{xy}}{s_{yy}},\ \hat{c} = \overline{x} - \hat{d}\overline{y}$ となるから $\hat{b}\hat{d} = r^2$ である。相関係数の絶対値は 1 以下であるから，$0 \leq \hat{b}\hat{d} \leq 1$ が成り立つ。

〔2〕 $n$ 個の点 $(x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$ が同一直線上にあること。

〔3〕 $s_{xy}m^2 + (s_{xx} - s_{yy})m - s_{xy} = 0$

〔4〕 $s_{xx} = s_{yy}$ のとき，$\hat{b} = r$，$1/\hat{d} = 1/r$，$m = \begin{cases} +1 & (s_{xy} > 0) \\ -1 & (s_{xy} < 0) \end{cases}$ となる。従って，3 直線の位置関係は，

(i) $s_{xy} > 0$ のとき，第 1 主成分直線は $\ell_{pc}\ :\ y = x$ であり，$\ell_y$ と $\ell_x$ は $\ell_{pc}$ をはさんで対称な位置（3 直線とも，$(\overline{x}, \overline{y})$ を通る）。

(ii) $s_{xy} < 0$ のとき，第 1 主成分直線は $\ell_{pc}\ :\ y = -x$ であり，$\ell_y$ と $\ell_x$ は $\ell_{pc}$ をはさんで対称な位置（3 直線とも，$(\overline{x}, \overline{y})$ を通る）。

〔5〕 $f(m) = s_{xy}m^2 + (s_{xx} - s_{yy})m - s_{xy}$ とおくと，上問〔3〕より，$f(m) = 0$ のふたつの解のうち，大きい方が第 1 主成分直線の傾きであり，もう一方は第 2 主成分直線の傾きである。

$\hat{b}$ と $1/\hat{d}$ の大小を調べると，$|r| = 1$ のとき $\hat{b} = 1/\hat{d}$，$|r| < 1$ のときには $\hat{b} < 1/\hat{d}$ である。$f(\hat{b})$ と $f(1/\hat{d})$ の符号を調べると，$|r| < 1$ のときには $f(\hat{b}) < 0$，$f(1/\hat{d}) > 0$ となり，中間値の定理より $\hat{b}$ と $1/\hat{d}$ の間で $f(m) = 0$ となる $m$ が存在することが分かる。$s_{xy} > 0$ のとき，2 次曲線 $y = f(m)$ は下に凸であるから，条件をみたす $f(m) = 0$ の解は $\hat{b} < m < 1/\hat{d}$ を満たし，$f(\hat{b}) < 0 < f(1/\hat{d})$ であるから，この $m$ は $f(m) = 0$ の大きい方の解であることがいえる。$|r| = 1$ の場合は，$\hat{b} = 1/\hat{d}$ であり，かつ $f(\hat{b}) = 0$ である。この場合，上問〔2〕で見たように，$n$ 個の点は一直線上に並び，その傾き $\hat{b}$ は第 1 主成分直線の傾きに他ならないので，この場合も関係式が成り立つ。

**問 3**

〔1〕 $\mathrm{Cov}[X, Y] = \pi_{11}\pi_{00} - \pi_{10}\pi_{01}$

〔2〕 $\pi \geq \dfrac{1}{2}$ のとき $-\dfrac{1-\pi}{\pi} \leq \rho \leq 1$，$\pi < \dfrac{1}{2}$ のとき $-\dfrac{\pi}{1-\pi} \leq \rho \leq 1$

〔3〕 $V[D] = \dfrac{1}{n}((\pi_{10} + \pi_{01}) - (\pi_{10} - \pi_{01})^2)$

〔4〕 $d = 0.1$, $\widehat{\sigma}^2 = 0.0023$ であるので，$D$ を標準化した検定統計量の実現値は $\dfrac{d}{\sqrt{\widehat{\sigma}^2}} \simeq 2.085 > 1.96 = z(0.025)$ となり，有意水準 5% で有意である。

〔5〕〔5-1〕 帰無仮説の下での $D$ の分散 $\sigma_0^2$ の推定量は $\widehat{\sigma}_0^2 = \dfrac{N_{10} + N_{01}}{n^2}$

〔5-2〕 統計量 $D^2/\widehat{\sigma}_0^2$ は $\mathrm{H}_0$ の下で近似的に自由度 1 のカイ二乗分布に従う。検定統計量の実現値は $z_0^2 \simeq 4.167$ となり，この値は自由度 1 のカイ二乗分布の上側 5% 点の 3.84 よりも大きいので，有意水準 5% で有意となる。

〔5-3〕 上問〔4〕の検定統計量を 2 乗した $Z_W^2$ の実現値は $z_W^2 \simeq 4.348$ であり，この値も自由度 1 のカイ二乗分布の上側 5% 点の 3.84 よりも大きいので，有意水準 5% で有意である。両者とも帰無仮説を棄却するため，今回のデータでは検定の結論は同じであるが，検定統計量の大きさは $Z_W^2 \geq Z_0^2$ であることが一般的に成り立つ。等号が成立するのは $N_{10} = N_{01}$ の場合である。

**問 4**

〔1〕〔1-1〕 1 標本両側 $t$ 検定の検定統計量の値は $t \simeq 2.236$ であり，自由度 19 の $t$ 分布の上側 2.5% 点は 2.093 であるから，帰無仮説 $\mathrm{H}_0$ は棄却できる。

〔1-2〕 分散に関するカイ二乗検定の検定統計量の値は $\chi^2 \simeq 9.69$ であり，自由度 19 のカイ二乗分布の下側 2.5% 点は 8.91，上側 2.5% 点は 32.85 であるから，帰無仮説 $\mathrm{H}_0$ は棄却できない。

〔1-3〕 尤度比検定統計量の値は約 6.730 であり，自由度 2 のカイ二乗分布の上側 5% 点は 5.99 であるから，帰無仮説 $\mathrm{H}_0$ は棄却できる。

〔2〕 $r \geq 0.756$

〔3〕 例えば，尤度比検定であれば，2 変量正規分布の設定で，制約がない場合の最尤推定値から計算した最大対数尤度と，帰無仮説の下での最大対数尤度（これは数値的に計算する）との差の 2 倍を，自由度 1 のカイ 2 乗分布と比較すればよい。

〔4〕 $c \simeq 108.08$

**問 5**

〔1〕 $1-\lambda$

〔2〕 $1-\lambda$

〔3〕〔3-1〕 $z_1=\eta_1,\ z_t=\varepsilon_t z_{t-1},\ t=2,\ldots,n$。$z_t$ の取り得る値は $-1,1$ である。

〔3-2〕 $P(z_t=j \mid z_{t-1}=i)=\begin{cases} \lambda, & (j=i) \\ 1-\lambda, & (j=-i) \end{cases}$

〔3-3〕 推移確率行列は $\begin{pmatrix} \lambda & 1-\lambda \\ 1-\lambda & \lambda \end{pmatrix}$ であり，$t$ に依存しないから，このマルコフ連鎖は斉時な 2 状態マルコフ連鎖である。

〔4〕〔4-1〕 $(1/2)\lambda^6(1-\lambda)^3$

〔4-2〕 $\widehat{\lambda}=2/3$

〔4-3〕 $0.667 \pm 0.308 = [0.359, 0.975]$

〔4-4〕 $\lambda > 1/2$ であれば，前時点と同じ増減方向が続く傾向があるといえ，実際，$\widehat{\lambda}=2/3 > 1/2$ である。しかし，信頼区間は 0.5 を含むから，有意とはいえない。

〔4-5〕 およそ 97.5

# 医薬生物学

## 問 1

〔1〕 $E[D_i^{AB}] = \delta_1 - \delta_2 + \tau,\ V[D_i^{AB}] = 2\sigma_W^2,\ E[D_i^{BA}] = \delta_2 - \delta_1 + \tau,\ V[D_i^{BA}] = 2\sigma_W^2$

〔2〕 $c_1 = c_2 = \dfrac{1}{2}$

〔3〕 $\hat{\tau} = \dfrac{\overline{D}^{AB} + \overline{D}^{BA}}{2},\ V[\hat{\tau}] = \dfrac{\sigma_W^2}{2}\left(\dfrac{1}{n_{AB}} + \dfrac{1}{n_{BA}}\right)$

〔4〕 $\rho = \dfrac{\sigma_B^2}{\sigma_B^2 + \sigma_W^2}$

〔5〕 $V[D_i^{AB}] = 2\sigma^2(1-\rho)$

## 問 2

〔1〕〔1-1〕 $\beta_1$

〔1-2〕 $\beta_1$

〔2〕 $P(Y=1|X=x) = g^{-1}(\beta_0 + \beta_1 x)(1-\pi) + g^{-1}(\beta_0 + \beta_1 x + \beta_2)\pi$

〔3〕〔3-1〕 $\beta_1$

〔3-2〕
$$g\left((1-\pi)\left(\frac{\exp(\beta_0+\beta_1)}{1+\exp(\beta_0+\beta_1)}\right) + \pi\left(\frac{\exp(\beta_0+\beta_1+\beta_2)}{1+\exp(\beta_0+\beta_1+\beta_2)}\right)\right)$$
$$- g\left((1-\pi)\left(\frac{\exp(\beta_0)}{1+\exp(\beta_0)}\right) + \pi\left(\frac{\exp(\beta_0+\beta_2)}{1+\exp(\beta_0+\beta_2)}\right)\right)$$

または

$$\log\left(\frac{(1-\pi)\left(\frac{\exp(\beta_0+\beta_1)}{1+\exp(\beta_0+\beta_1)}\right) + \pi\left(\frac{\exp(\beta_0+\beta_1+\beta_2)}{1+\exp(\beta_0+\beta_1+\beta_2)}\right)}{1-(1-\pi)\left(\frac{\exp(\beta_0+\beta_1)}{1+\exp(\beta_0+\beta_1)}\right) - \pi\left(\frac{\exp(\beta_0+\beta_1+\beta_2)}{1+\exp(\beta_0+\beta_1+\beta_2)}\right)}\right)$$
$$- \log\left(\frac{(1-\pi)\left(\frac{\exp(\beta_0)}{1+\exp(\beta_0)}\right) + \pi\left(\frac{\exp(\beta_0+\beta_2)}{1+\exp(\beta_0+\beta_2)}\right)}{1-(1-\pi)\left(\frac{\exp(\beta_0)}{1+\exp(\beta_0)}\right) - \pi\left(\frac{\exp(\beta_0+\beta_2)}{1+\exp(\beta_0+\beta_2)}\right)}\right)$$

〔4〕 $\beta_1$

〔5〕 $g(u)$ と $g^{-1}(u)$ はともに単調増加関数であることと，$\beta_1 > 0,\ 0 < \pi < 1$ の条件を用いて変形することで，題意を示すことができる。

**問 3**

〔1〕 $2I_n$

〔2〕 $m = \dfrac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $M = \begin{pmatrix} m & O & \cdots & O \\ O & m & \cdots & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O & O & \cdots & m \end{pmatrix}$

〔3〕 $n = 2$ の場合は $\hat{\beta} = \dfrac{1}{2}(d_1 + d_2)$ であり，一般の $n$ の場合は $\hat{\beta} = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} d_i = \overline{d}$ である。

〔4〕 $\dfrac{(d_i - \overline{d})^2}{2}$

〔5〕 $\sigma^2\left(\dfrac{n-1}{n}\right)$

〔6〕 $(n-1)\sigma^2$

**問 4**

〔1〕〔1-1〕 $L=1$ の集団は 0.1，$L=0$ の集団は 0.05

〔1-2〕 0.16

〔2〕〔2-1〕 $E[Y(0) \mid A=1] = \sum_{l=0}^{1} P(L=l \mid A=1)P(Y=1 \mid A=0, L=l)$

〔2-2〕 0.08

〔3〕〔3-1〕 $E[(1-A)Y \mid L=l] = \sum_{a=0}^{1} P(A=a \mid L=l)E[(1-A)Y \mid A=a, L=l]$ の右辺を，$A=0$ のとき $(1-A)Y=Y$，$A=1$ のとき $(1-A)Y=0$ であることと，$1-e(l)=P(A=0 \mid L=l)$ に注意して整理すれば示される。

〔3-2〕 左辺を

$$\begin{aligned} E\left[(1-A)\frac{e(L)}{1-e(L)}Y\right] &= \sum_{l=0}^{1} P(L=l)E\left[(1-A)\frac{e(L)}{1-e(L)}Y \;\middle|\; L=l\right] \\ &= \sum_{l=0}^{1} P(L=l)\left(\frac{e(l)}{1-e(l)}\right)E\left[(1-A)Y \mid L=l\right] \end{aligned}$$

と変形し，上問〔3-1〕の式を代入して整理すれば示される。

〔3-3〕 上問〔3-2〕の式を，

- 一致性：$E[Y \mid A=0, L=l] = E[Y(0) \mid A=0, L=l]$
- 条件付き交換可能性：$E[Y(0) \mid A=0, L=l] = E[Y(0) \mid A=1, L=l]$
- $e(l)P(L=l) = P(A=1 \mid L=l)P(L=l) = P(A=1, L=l)$

を使って変形することで示される。

〔3-4〕 0.08

**問 5**

〔1〕 $1-\lambda$

〔2〕 $1-\lambda$

〔3〕〔3-1〕 $z_1=\eta_1,\ z_t=\varepsilon_t z_{t-1},\ t=2,\ldots,n$。$z_t$ の取り得る値は $-1,1$ である。

〔3-2〕 $P(z_t=j \mid z_{t-1}=i)=\begin{cases} \lambda, & (j=i) \\ 1-\lambda, & (j=-i) \end{cases}$

〔3-3〕 推移確率行列は $\begin{pmatrix} \lambda & 1-\lambda \\ 1-\lambda & \lambda \end{pmatrix}$ であり，$t$ に依存しないから，このマルコフ連鎖は斉時な 2 状態マルコフ連鎖である。

〔4〕〔4-1〕 $(1/2)\lambda^6(1-\lambda)^3$

〔4-2〕 $\widehat{\lambda}=2/3$

〔4-3〕 $0.667 \pm 0.308 = [0.359, 0.975]$

〔4-4〕 $\lambda > 1/2$ であれば，前時点と同じ増減方向が続く傾向があるといえ，実際，$\widehat{\lambda}=2/3 > 1/2$ である。しかし，信頼区間は 0.5 を含むから，有意とはいえない。

〔4-5〕 およそ 97.5