統計検定
Japan Statistical Society Certificate

1級
統計数理

2025 年 11 月 16 日

【注意事項】

1 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2 この問題冊子は，24 ページあります。

3 問題 5 問から 3 問を選択して，解答しなさい。

4 試験時間は 90 分です。

5 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答冊子の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

6 解答冊子・マークシートの **A** 面には次の項目があるので，それぞれの指示に従い記入あるいは確認しなさい。項目の内容に誤りがある場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

① マークシートの氏名
氏名を記入しなさい。

② マークシートの検定種別と受験番号
受験する検定種別と受験番号を確認しなさい。

③ マークシートの **Web** 合格発表
Web 合格発表について，希望の有無をマークしなさい。

④ 解答冊子表紙の左上に受験番号を記入し，マーク欄の該当する数字を塗りつぶしなさい。

⑤ 問ごと（問 **1**，問 **2**，...）に解答のページを改めなさい。
なお，解答する問の順番（問 **3**，問 **1**，問 **5** など）は問いません。

⑥ 各ページの先頭に受験番号と問題番号を書きなさい。（この冊子裏面の記入例参照）
解答冊子には，最終的な解答だけでなくそれに至る過程も記しなさい。最終的な解答が正しくないときにも点が与えられることがあります。

⑦ 解答冊子の表紙の問題番号欄の選択した問題番号を ◯ で囲みなさい（得点欄には何も書かないこと）。（この冊子裏面の記入例参照）

7 15 ページ以降に付表を掲載しています。必要に応じて利用しなさい。

8 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

9 試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

（冊子裏面につづく）

© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.

© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.

統計数理

© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.

問 1　区間 $[0,1)$ に値を取り独立に同一の分布に従う n 個の確率変数 $X_1,\ldots,X_n$ がある。各 X_i の確率密度関数を $f(x)$ とおく。いま区間 $[0,1)$ を m 個の小区間

$$I_j = \left[\frac{j-1}{m}, \frac{j}{m}\right) \quad (j=1,\ldots,m)$$

に分け，固定した m に対する $f(x)$ の統計モデルとして確率密度関数

$$f_m(x;\boldsymbol{\theta}) = \begin{cases} 0 & (x<0) \\ \theta_j & (x \in I_j,\ \ j=1,\ldots,m) \\ 0 & (x \geq 1) \end{cases}$$

を考える。ただし，$\boldsymbol{\theta} = (\theta_1,\ldots,\theta_m)$ は未知パラメータである。すなわち f_m は図 1 のように区分的に定数であるような確率密度関数である（図 1 は $m=5$ の場合の例）。 以下の各問に答えよ。

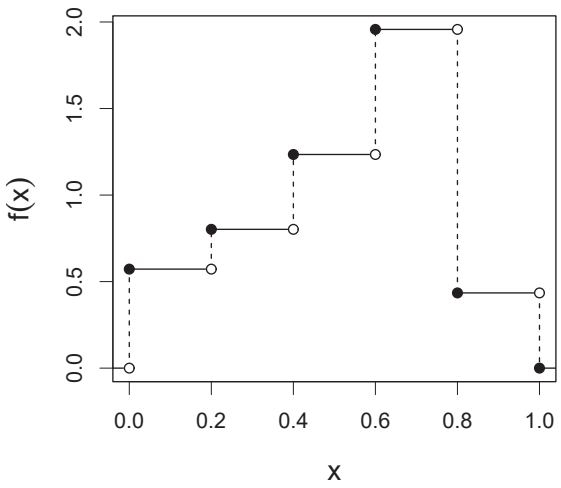


図 1: $m=5$ の場合の確率密度関数 f_m の例

〔1〕　f_m が確率密度関数となるために $\theta_1,\ldots,\theta_m$ が満たすべき条件を求めよ。

〔2〕　尤度関数 $L(\boldsymbol{\theta})$ を求めよ。ただし，区間 I_j に入る観測値の個数 N_j $(j=1,\ldots,m)$ を用いて表すこと。

〔3〕　$\theta_1,\ldots,\theta_m$ の最尤推定量を求めよ。

〔4〕　統計モデル f_m の AIC を導出せよ。ただし，パラメータの自由度は上問〔1〕の条件に基づいて決めるものとする。

© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.

〔5〕　$n = 6$ かつ観測値が

$$x_1 = 0.30,\ x_2 = 0.26,\ x_3 = 0.78,\ x_4 = 0.94,\ x_5 = 0.81,\ x_6 = 0.09$$

のとき，AIC が最小となる m を求めよ。ただし，m の候補は $\{2, 3, 4\}$ とする。以下の自然対数の値を使ってよい。

$$\log 2 = 0.693, \quad \log 3 = 1.099$$

© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.

問 2　$n \geq 2$ について，確率変数 $X_1, \ldots, X_n$ は独立に同一の分布 F に従い，F は確率密度関数 $f_\theta(x)$ をもつとする。ただし，定数 $C > 0$ と θ に対して

$$f_\theta(x) = \begin{cases} \dfrac{C}{1+(x-\theta)^2} & (x > \theta) \\ 0 & (x \leq \theta) \end{cases}$$

である。以下の各問に答えよ。

〔1〕　定数 C の値を求めよ。必要であれば，関係式

$$\frac{d}{dx}\mathrm{Arctan}(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

を使ってよい。また，関数 Arctan の定義域と値域はそれぞれ $(-\infty, \infty)$, $\left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right)$ とする。

〔2〕　$\hat{\theta}_n = \min\{X_1, \ldots, X_n\}$ とする。これはパラメータ θ に対する十分統計量か否か。尤度関数を導出して説明せよ。

〔3〕　$T_n = n(\hat{\theta}_n - \theta)$ とおく。任意の x に対して $P(T_n \leq x)$ を求めよ。

〔4〕　上問〔3〕で求めた $P(T_n \leq x)$ について，極限 $\lim_{n\to\infty} P(T_n \leq x)$ を求めよ。必要であれば，関係式

$$\lim_{n\to\infty} n \ \mathrm{Arctan}\left(\frac{x}{n}\right) = x$$

を使ってよい。

〔5〕　$\alpha \in (0, 1)$ とする。上問〔4〕の結果を用いて，信頼係数が近似的に $100(1-\alpha)\%$ となるような，母数 θ に対する両側信頼区間を提案せよ。

© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.

© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.

問 3　線形単回帰モデル $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i \ \ (i = 1, \ldots, n)$ について，以下の各問に答えよ。ただし，説明変数 x_i は所与の値であり，$x_1 = \cdots = x_n$ ではないとする。また，誤差 ε_i は互いに独立で，平均 0，未知分散 σ^2 の正規分布 $N(0, \sigma^2)$ に従うとし，

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i,\ \bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i,$$

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2,\ S_{YY} = \sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2,\ S_{xY} = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(Y_i - \bar{Y})$$

とおく。

〔1〕　パラメータ α, β の最尤推定量 $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ を，$\bar{x}, \bar{Y}, S_{xx}, S_{xY}$ を用いて表せ。

〔2〕　Y_i の予測量 $\hat{Y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x_i \ (i = 1, \ldots, n)$ について，分解

$$S_{YY} = S_e + \sum_{i=1}^{n}(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \tag{1}$$

が成り立つ。ただし，$S_e = \displaystyle\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \hat{Y}_i)^2$ とする。このとき，式 (1) の右辺第 2 項 $\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$ を，S_{xx}, S_{xY} を用いて表せ。

〔3〕　確率変数 $W = \dfrac{S_{xY}}{\sigma\sqrt{S_{xx}}}$ の従う確率分布を求めよ。

〔4〕　確率変数 $Z = \dfrac{S_e}{\sigma^2}$ の従う確率分布を求めよ。ただし，解答は答えのみでよい。

〔5〕　確率変数 $r_{xY} = \dfrac{S_{xY}}{\sqrt{S_{xx}S_{YY}}}$ は $r_{xY} = \dfrac{W}{\sqrt{Z + W^2}}$ と表されることを示し，$\beta = 0$ のときの r_{xY} の従う確率分布の確率密度関数を求めよ。ただし，$\beta = 0$ のときに W と Z が独立であることを，証明なしで使ってよい。

必要であれば，自由度 m のカイ二乗分布の確率密度関数が

$$\frac{1}{2^{m/2}\Gamma(m/2)} x^{\frac{m}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}} \quad (x > 0)$$

で与えられること，および，自由度 m の t 分布の確率密度関数が

$$\frac{\Gamma(\frac{m+1}{2})}{\sqrt{\pi m}\,\Gamma(\frac{m}{2})}\left(1 + \frac{t^2}{m}\right)^{-\frac{m+1}{2}} \quad (-\infty < t < \infty)$$

で与えられることを使ってよい。

© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.

© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.

問 4　確率変数 X は二項分布 $B(4,p)$ に従うとする。X の実現値 $x \in \{0,1,2,3,4\}$ に基づく仮説

$$\mathrm{H}_0 \ : \ p = \frac{1}{2} \quad \text{vs.} \quad \mathrm{H}_1 \ : \ p = \frac{2}{3}$$

の検定について，以下の各問に答えよ。

〔1〕　棄却域が 1 点集合 $\{x\}$ $(x = 0,1,2,3,4)$ となる検定のそれぞれについて，サイズ（H_0 が正しいときに H_0 を棄却する確率）と検出力を求めよ。

以下では，有意水準 $\alpha = 0.125$ の検定のみを考えるとする。ただし，サイズが 0 の検定は考えなくてよいものとする。

〔2〕　棄却域が $\{x \mid x \geq c\}$ の形に書けるすべての非確率化検定について，サイズと検出力を求めよ。

〔3〕　考えうるすべての非確率化検定について，棄却域，サイズ，検出力を求めよ。

〔4〕　$0 \leq r \leq 1$ とし，検定関数（観測値 x に対して H_0 を棄却する確率を返す関数）が

$$\delta(x) = \begin{cases} r & (x = 4) \\ 1 - r & (x = 3) \\ 0 & (x = 0,1,2) \end{cases}$$

で表される確率化検定を考える。この検定のサイズが有意水準 $\alpha = 0.125$ と一致するときの r を求めよ。また，そのときの検定の検出力を，上問〔3〕で求めた非確率化検定のうち検出力が最大のものと比較せよ。

〔5〕　ネイマン・ピアソンの基本定理から得られる，この検定の最強力検定を求め，その検出力を求めよ。

© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.

© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.

問 5　以下の各問に答えよ。

〔1〕　平均 λ のポアソン分布 $Po(\lambda)$ の確率関数は

$$f(x;\lambda) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^x}{x!} \quad (x = 0, 1, 2, \ldots)$$

である。

〔1-1〕　2 つの確率変数 X_1, X_2 が独立にそれぞれ $Po(\lambda_1), Po(\lambda_2)$ に従っているとき，それらの和 $X_1 + X_2$ が従う確率分布を，たたみ込みを計算することで導出せよ。

〔1-2〕　以下の性質が成り立つ。

任意の自然数 n に対して，適切な確率分布 f_n をとると，独立に同一の f_n に従う n 個の確率変数 $X_1, \ldots, X_n$ について，それらの和 $X_1 + \cdots + X_n$ がポアソン分布 $Po(\lambda)$ に従うようにできる。

確率分布 f_n の積率母関数を $\phi_n(\theta)$ とおき，$\phi_n(\theta)$ が満たすべき式を導くことで，上記の性質を満たす f_n を求めよ。

〔2〕　対数正規分布の確率密度関数 $g(x;\mu,\sigma^2)$ は

$$g(x;\mu,\sigma^2) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left\{-\frac{(\log x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (x > 0)$$

である。ただし，$\mu \in \mathbb{R},\ \sigma > 0$ である。

〔2-1〕　2 つの確率変数 X_1, X_2 が独立で，それぞれの確率密度関数が $g(x;\mu_1,\sigma_1^2)$, $g(x;\mu_2,\sigma_2^2)$ であるとき，それらの積 X_1X_2 が従う確率分布の確率密度関数はどのようになるか。理由を付けて説明せよ。

〔2-2〕　任意の自然数 n に対して，適切な確率密度関数 f_n をとると，確率密度関数が f_n である独立な n 個の確率変数 $X_1, \ldots, X_n$ について，それらの積 $X_1 \times \cdots \times X_n$ が従う確率分布の確率密度関数を $g(x;\mu,\sigma^2)$ とすることができる。この f_n を求めよ。解答は答えのみでよい。

〔2-3〕　対数正規分布の平均と分散を求めよ。また，標本サイズ n の独立標本に基づく，対数正規分布の平均と分散の最尤推定量を求めよ。

© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.

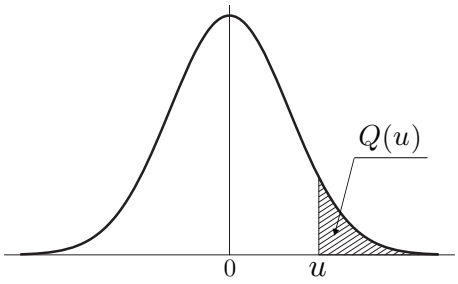
© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.

© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.

付　表

© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.

付表 1. 標準正規分布の上側確率

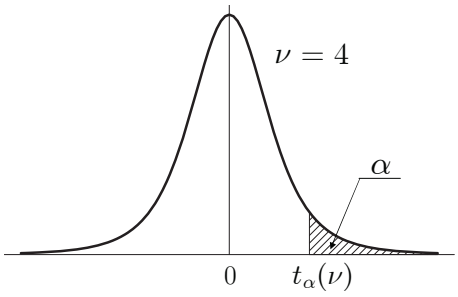


u	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
3.5	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002
3.6	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
3.7	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
3.8	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
3.9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

$u = 0.00 \sim 3.99$ に対する，正規分布の上側確率 $Q(u)$ を与える。
例：$u = 1.96$ に対しては，左の見出し 1.9 と上の見出し .06 との交差点で，$Q(u) = .0250$ と読む。表にない u に対しては適宜補間すること。

© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.

付表 2. t 分布のパーセント点

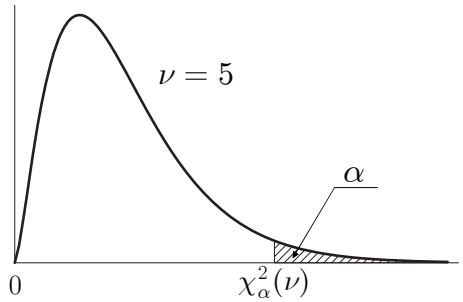


	α				
ν	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.656
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
240	1.285	1.651	1.970	2.342	2.596
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

自由度 ν の t 分布の上側確率 α に対する t の値を $t_\alpha(\nu)$ で表す。
例：自由度 $\nu = 20$ の上側 5%点 ($\alpha = 0.05$) は，$t_{0.05}(20) = 1.725$ である。
表にない自由度に対しては適宜補間すること。

© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.

付表 3. カイ二乗分布のパーセント点

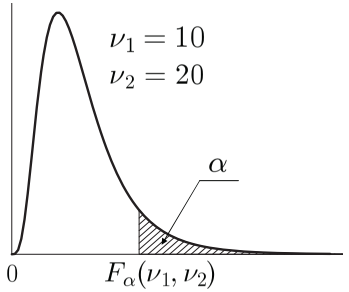


	α							
ν	0.99	0.975	0.95	0.90	0.10	0.05	0.025	0.01
1	0.00	0.00	0.00	0.02	2.71	3.84	5.02	6.63
2	0.02	0.05	0.10	0.21	4.61	5.99	7.38	9.21
3	0.11	0.22	0.35	0.58	6.25	7.81	9.35	11.34
4	0.30	0.48	0.71	1.06	7.78	9.49	11.14	13.28
5	0.55	0.83	1.15	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09
6	0.87	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81
7	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48
8	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09
9	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67
10	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21
11	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.92	24.72
12	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22
13	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.36	24.74	27.69
14	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14
15	5.23	6.26	7.26	8.55	22.31	25.00	27.49	30.58
16	5.81	6.91	7.96	9.31	23.54	26.30	28.85	32.00
17	6.41	7.56	8.67	10.09	24.77	27.59	30.19	33.41
18	7.01	8.23	9.39	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81
19	7.63	8.91	10.12	11.65	27.20	30.14	32.85	36.19
20	8.26	9.59	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57
25	11.52	13.12	14.61	16.47	34.38	37.65	40.65	44.31
30	14.95	16.79	18.49	20.60	40.26	43.77	46.98	50.89
35	18.51	20.57	22.47	24.80	46.06	49.80	53.20	57.34
40	22.16	24.43	26.51	29.05	51.81	55.76	59.34	63.69
50	29.71	32.36	34.76	37.69	63.17	67.50	71.42	76.15
60	37.48	40.48	43.19	46.46	74.40	79.08	83.30	88.38
70	45.44	48.76	51.74	55.33	85.53	90.53	95.02	100.43
80	53.54	57.15	60.39	64.28	96.58	101.88	106.63	112.33
90	61.75	65.65	69.13	73.29	107.57	113.15	118.14	124.12
100	70.06	74.22	77.93	82.36	118.50	124.34	129.56	135.81
120	86.92	91.57	95.70	100.62	140.23	146.57	152.21	158.95
140	104.03	109.14	113.66	119.03	161.83	168.61	174.65	181.84
160	121.35	126.87	131.76	137.55	183.31	190.52	196.92	204.53
180	138.82	144.74	149.97	156.15	204.70	212.30	219.04	227.06
200	156.43	162.73	168.28	174.84	226.02	233.99	241.06	249.45
240	191.99	198.98	205.14	212.39	268.47	277.14	284.80	293.89

自由度 ν のカイ二乗分布の上側確率 α に対する χ^2 の値を $\chi^2_\alpha(\nu)$ で表す。
例：自由度 $\nu = 20$ の上側 5%点 ($\alpha = 0.05$) は，$\chi^2_{0.05}(20) = 31.41$ である。
表にない自由度に対しては適宜補間すること。

© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.

付表 4. F 分布のパーセント点



$\alpha = 0.05$

$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	40	60	120	∞
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.950	4.876	4.818	4.772	4.735	4.619	4.558	4.464	4.431	4.398	4.365
10	4.965	4.103	3.708	3.478	3.326	3.217	3.135	3.072	3.020	2.978	2.845	2.774	2.661	2.621	2.580	2.538
15	4.543	3.682	3.287	3.056	2.901	2.790	2.707	2.641	2.588	2.544	2.403	2.328	2.204	2.160	2.114	2.066
20	4.351	3.493	3.098	2.866	2.711	2.599	2.514	2.447	2.393	2.348	2.203	2.124	1.994	1.946	1.896	1.843
25	4.242	3.385	2.991	2.759	2.603	2.490	2.405	2.337	2.282	2.236	2.089	2.007	1.872	1.822	1.768	1.711
30	4.171	3.316	2.922	2.690	2.534	2.421	2.334	2.266	2.211	2.165	2.015	1.932	1.792	1.740	1.683	1.622
40	4.085	3.232	2.839	2.606	2.449	2.336	2.249	2.180	2.124	2.077	1.924	1.839	1.693	1.637	1.577	1.509
60	4.001	3.150	2.758	2.525	2.368	2.254	2.167	2.097	2.040	1.993	1.836	1.748	1.594	1.534	1.467	1.389
120	3.920	3.072	2.680	2.447	2.290	2.175	2.087	2.016	1.959	1.910	1.750	1.659	1.495	1.429	1.352	1.254

$\alpha = 0.025$

$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	40	60	120	∞
5	10.007	8.434	7.764	7.388	7.146	6.978	6.853	6.757	6.681	6.619	6.428	6.329	6.175	6.123	6.069	6.015
10	6.937	5.456	4.826	4.468	4.236	4.072	3.950	3.855	3.779	3.717	3.522	3.419	3.255	3.198	3.140	3.080
15	6.200	4.765	4.153	3.804	3.576	3.415	3.293	3.199	3.123	3.060	2.862	2.756	2.585	2.524	2.461	2.395
20	5.871	4.461	3.859	3.515	3.289	3.128	3.007	2.913	2.837	2.774	2.573	2.464	2.287	2.223	2.156	2.085
25	5.686	4.291	3.694	3.353	3.129	2.969	2.848	2.753	2.677	2.613	2.411	2.300	2.118	2.052	1.981	1.906
30	5.568	4.182	3.589	3.250	3.026	2.867	2.746	2.651	2.575	2.511	2.307	2.195	2.009	1.940	1.866	1.787
40	5.424	4.051	3.463	3.126	2.904	2.744	2.624	2.529	2.452	2.388	2.182	2.068	1.875	1.803	1.724	1.637
60	5.286	3.925	3.343	3.008	2.786	2.627	2.507	2.412	2.334	2.270	2.061	1.944	1.744	1.667	1.581	1.482
120	5.152	3.805	3.227	2.894	2.674	2.515	2.395	2.299	2.222	2.157	1.945	1.825	1.614	1.530	1.433	1.310

自由度 (ν_1, ν_2) の F 分布の上側確率 α に対する F の値を $F_\alpha(\nu_1, \nu_2)$ で表す。
例：自由度 $\nu_1 = 5, \nu_2 = 20$ の上側 5% 点 $(\alpha = 0.05)$ は，$F_{0.05}(5, 20) = 2.711$ である。
表にない自由度に対しては適宜補間すること。

© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.

付表 5. 指数関数と常用対数

指数関数			
x	e^x	x	e^x
0.01	1.0101	0.51	1.6653
0.02	1.0202	0.52	1.6820
0.03	1.0305	0.53	1.6989
0.04	1.0408	0.54	1.7160
0.05	1.0513	0.55	1.7333
0.06	1.0618	0.56	1.7507
0.07	1.0725	0.57	1.7683
0.08	1.0833	0.58	1.7860
0.09	1.0942	0.59	1.8040
0.10	1.1052	0.60	1.8221
0.11	1.1163	0.61	1.8404
0.12	1.1275	0.62	1.8589
0.13	1.1388	0.63	1.8776
0.14	1.1503	0.64	1.8965
0.15	1.1618	0.65	1.9155
0.16	1.1735	0.66	1.9348
0.17	1.1853	0.67	1.9542
0.18	1.1972	0.68	1.9739
0.19	1.2092	0.69	1.9937
0.20	1.2214	0.70	2.0138
0.21	1.2337	0.71	2.0340
0.22	1.2461	0.72	2.0544
0.23	1.2586	0.73	2.0751
0.24	1.2712	0.74	2.0959
0.25	1.2840	0.75	2.1170
0.26	1.2969	0.76	2.1383
0.27	1.3100	0.77	2.1598
0.28	1.3231	0.78	2.1815
0.29	1.3364	0.79	2.2034
0.30	1.3499	0.80	2.2255
0.31	1.3634	0.81	2.2479
0.32	1.3771	0.82	2.2705
0.33	1.3910	0.83	2.2933
0.34	1.4049	0.84	2.3164
0.35	1.4191	0.85	2.3396
0.36	1.4333	0.86	2.3632
0.37	1.4477	0.87	2.3869
0.38	1.4623	0.88	2.4109
0.39	1.4770	0.89	2.4351
0.40	1.4918	0.90	2.4596
0.41	1.5068	0.91	2.4843
0.42	1.5220	0.92	2.5093
0.43	1.5373	0.93	2.5345
0.44	1.5527	0.94	2.5600
0.45	1.5683	0.95	2.5857
0.46	1.5841	0.96	2.6117
0.47	1.6000	0.97	2.6379
0.48	1.6161	0.98	2.6645
0.49	1.6323	0.99	2.6912
0.50	1.6487	1.00	2.7183

常用対数			
x	$\log_{10} x$	x	$\log_{10} x$
0.1	-1.0000	5.1	0.7076
0.2	-0.6990	5.2	0.7160
0.3	-0.5229	5.3	0.7243
0.4	-0.3979	5.4	0.7324
0.5	-0.3010	5.5	0.7404
0.6	-0.2218	5.6	0.7482
0.7	-0.1549	5.7	0.7559
0.8	-0.0969	5.8	0.7634
0.9	-0.0458	5.9	0.7709
1.0	0.0000	6.0	0.7782
1.1	0.0414	6.1	0.7853
1.2	0.0792	6.2	0.7924
1.3	0.1139	6.3	0.7993
1.4	0.1461	6.4	0.8062
1.5	0.1761	6.5	0.8129
1.6	0.2041	6.6	0.8195
1.7	0.2304	6.7	0.8261
1.8	0.2553	6.8	0.8325
1.9	0.2788	6.9	0.8388
2.0	0.3010	7.0	0.8451
2.1	0.3222	7.1	0.8513
2.2	0.3424	7.2	0.8573
2.3	0.3617	7.3	0.8633
2.4	0.3802	7.4	0.8692
2.5	0.3979	7.5	0.8751
2.6	0.4150	7.6	0.8808
2.7	0.4314	7.7	0.8865
2.8	0.4472	7.8	0.8921
2.9	0.4624	7.9	0.8976
3.0	0.4771	8.0	0.9031
3.1	0.4914	8.1	0.9085
3.2	0.5051	8.2	0.9138
3.3	0.5185	8.3	0.9191
3.4	0.5315	8.4	0.9243
3.5	0.5441	8.5	0.9294
3.6	0.5563	8.6	0.9345
3.7	0.5682	8.7	0.9395
3.8	0.5798	8.8	0.9445
3.9	0.5911	8.9	0.9494
4.0	0.6021	9.0	0.9542
4.1	0.6128	9.1	0.9590
4.2	0.6232	9.2	0.9638
4.3	0.6335	9.3	0.9685
4.4	0.6435	9.4	0.9731
4.5	0.6532	9.5	0.9777
4.6	0.6628	9.6	0.9823
4.7	0.6721	9.7	0.9868
4.8	0.6812	9.8	0.9912
4.9	0.6902	9.9	0.9956
5.0	0.6990	10.0	1.0000

注: 常用対数を自然対数に直すには 2.3026 をかければよい。

© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.

© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.

© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.

© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.

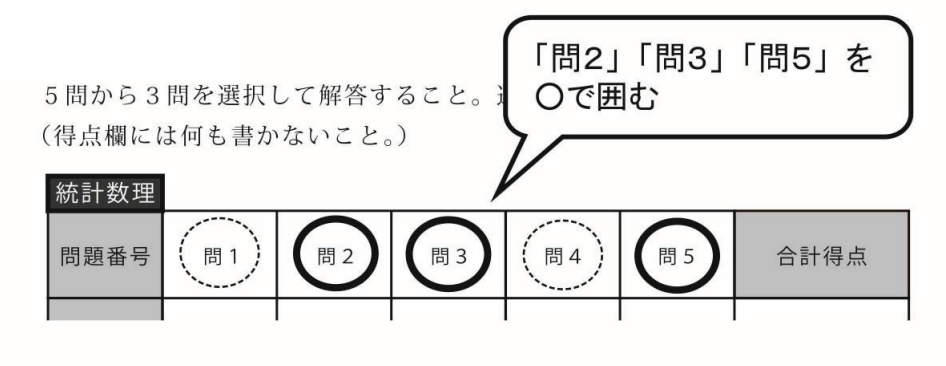
【解答冊子記入例】

- 注意事項 6 ⑥：〔解答冊子各ページ先頭の記入例〕

（例）問 1 を解答する場合

- 注意事項 6 ⑦：〔解答冊子表紙選択問題の記入例〕

（例）**問 2**，**問 3**，**問 5** を選択し，解答する場合



著作権法により、本冊子の無断での複製・転載等は禁止されています。

一般財団法人　統計質保証推進協会
統計検定センター

〒101-0051 東京都千代田区神田神保町３丁目６番
URL **http://www.toukei-kentei.jp**

2025.11

© 一般財団法人統計質保証推進協会 All Rights Reserved.