

RSS Higher Certificate in Statistics, Specimen

Module 7: Time series and index numbers

Solutions

Question 1

(i) (以下で使用する変数の意味は明らかであろう.)

(A) 加法分解は  $O_t = T_t + S_t + I_t$  となる. よって,

$$\therefore SA_t - T_t = \{O_t - S_t\} - T_t = \{T_t + S_t + I_t - S_t\} - T_t = T_t + I_t - T_t = I_t.$$

(B) 乗法分解においては,  $O_t = T_t \times S_t \times I_t$  となる. よって

$$\therefore SA_t - T_t = \frac{O_t}{S_t} - T_t = \frac{T_t \times S_t \times I_t}{S_t} - T_t = (T_t \times I_t) - T_t = T_t(I_t - 1).$$

(C) 偽加法の場合は,  $O_t = T_t + \{T_t \times (S_t - 1)\} + \{T_t \times (I_t - 1)\} = T_t(S_t + I_t - 1)$  であるから,

$$\therefore SA_t - T_t = \{O_t - T_t(S_t - 1)\} - T_t = \{T_t \times I_t\} - T_t = T_t(I_t - 1).$$

(ii) トレンドと季節調整済系列との差は次のように説明することができる.

加法の場合, 差は不規則成分となる.

乗法と偽加法の場合, 一定の (固定された) トレンドの周期においてこれが十分な近似かもしれないにもかかわらず, この差は不規則成分に比例しない. また, トレンド ( $T$ ) が大きくなるほど, それとトレンド  $\times$  不規則成分 ( $T \times I$ ) の差も大きくなることにも注意したい.

(iii) 適切な分解モデルは異なった ARIMA モデルを加法と乗法の枠組みのもとで時系列に適合させることで見つけることができる. 標準的な情報量規準はそのときにもっとも適合するモデルを決めるために用いられる. 例えば, 赤池情報量規準やベイズ情報量規準を用いる. 小さい値が好ましいモデルを示している.

あるいは季節成分が時間ごとにどのように変化するかをグラフで判断することによって適切な分解モデルを指摘することができる. 例えば, 季節  $\times$  不規則成分が急激に変化しており, 季節成分の経路でそれらの変動を処理できないとすると, これは分解モデルの選択が不十分であることを示しているのかもしれない. 実際に, 乗法分解において変動の大きさは時系列の値に直接関係すると思われる.

## Question 2

- (i) 不規則成分
- (ii) 季節成分
- (iii) トレンド
- (iv) 季節成分
- (v) (i) の場合, 1 回限りの事象であるから一時的な事前補正となる.
  - (ii) の場合, 2 つ解答が考えられる. 季節調整の過程は十分頑健なため, 時間ごとに季節成分を徐々に変化させることは可能なはずである. 影響の重大性にもよるが, これは変化する季節性の例である. あるいは, 一時的な事前補正も適用されるかもしれない.
  - (iii) の場合, 季節成分の推定値を改善するため一時的な事前補正となる.
  - (iv) の場合, これはカレンダーに関する効果であり, 最終的な季節調整済系列から取り除くべきであるため, 永久的な事前補正となる.
- (vi) もっとも適切なアプローチは季節調整の前に元の推定において, 回帰 ARIMA 法か, またはこれを変形したものをを用いることである. この方法により, 特定の効果における影響の推定値が季節調整の過程によってゆがめられたり, 影響をうけたりすることはない. 例えば, もし不規則成分が効果を推定するために用いられるならば, 潜在的な影響のいくつかはすでに取り込まれているかもしれないし, あるいは季節調整の過程の一部としてゆがめられているかもしれない.

### Question 3

(i) 領域  $d$  のラスパイレス価格指数は

$$P_{L,d}(0,t) = \frac{\sum_{i \in d} R_{0i} v_{0i}}{v_{0d}}$$

である. ここで  $R_{0i} \left[ = \frac{P_{it}}{P_{0i}} \right]$  は商品  $i$  の価格比率,  $v_{0i} [= p_{0i} q_{0i}]$  は商品  $i$  の基準時点の値,

$v_{0d} = \sum_{i \in d} v_{0i}$  は領域  $d$  における基準時点の値のトータルである.

母集団  $U$  のラスパイレス価格指数は

$$P_L(0,t) = \frac{\sum_{i \in U} R_{0i} v_{0i}}{\sum_{i \in U} v_{0i}} = \frac{\sum_{d \in U} v_{0d} \sum_{i \in d} R_{0i} \frac{v_{0i}}{v_{0d}}}{\sum_{d \in U} \sum_{i \in d} v_{0i}} = \frac{\sum_{d \in U} v_{0d} P_{L,d}(0,t)}{\sum_{d \in U} v_{0d}}$$

と表わされる.

(ii) 領域  $d$  のパーシェ価格指数は

$$P_{P,d}(0,t) = \frac{v_{td}}{\sum_{i \in d} \frac{v_{ti}}{R_{0i}}}$$

である. ここで  $v_{ti}$  は商品  $i$  における当期の値であり,  $v_{td} = \sum_{i \in d} v_{ti}$  は領域  $d$  における当期の

値のトータルである. 母集団  $U$  のパーシェ価格指数は

$$P_P(0,t) = \frac{\sum_{i \in U} v_{ti}}{\sum_{i \in U} \frac{v_{ti}}{R_{0i}}} = \frac{\sum_{d \in U} \sum_{i \in d} v_{ti}}{\sum_{d \in U} \frac{v_{td}}{v_{td}} \sum_{i \in d} \frac{v_{ti}}{R_{0i}}} = \frac{\sum_{d \in U} v_{td}}{\sum_{d \in U} P_{P,d}(0,t)}$$

と表わされる.

(iii) (A) No, (B) Yes, (C) No, (D) No

(iv) 
$$\frac{(50 \times 1.06) + (20 \times 0.97) + (30 \times 1.40) + (60 \times 1.20)}{50 + 20 + 30 + 60} = \frac{186.4}{160} = 1.165$$

#### Question 4

(i) 連鎖指数を作成することによって最新の数量データ（または値のデータや値のシェア）が導入されるので、ラスパイレス価格指数は経済の変化をさらに反映したものになる。

(ii) 表照期とは指数を特定の値（たいてい 1 か 100）をとるようにさせる時点のことである。

(iii)

$$(a) P_L(0,2) = \frac{(30 \times 10) + (45 \times 4) + (40 \times 1)}{(20 \times 10) + (30 \times 4) + (60 \times 1)} = \frac{520}{380} = 1.368.$$

$$(b) P_L(0,1) = \frac{(25 \times 10) + (32 \times 4) + (55 \times 1)}{(20 \times 10) + (30 \times 4) + (60 \times 1)} = \frac{433}{380} = 1.139,$$

$$P_L(1,2) = \frac{(30 \times 8) + (45 \times 5) + (40 \times 2)}{(25 \times 8) + (32 \times 5) + (55 \times 2)} = \frac{545}{470} = 1.160 \text{ より}$$

連鎖指数は  $P_L(0,1) \times P_L(1,2) = 1.139 \times 1.160 = 1.321$  となる。

$$(c) \text{ 新たな参考値は } \frac{1}{P_L(0,1)} = \frac{1}{1.139} = 0.878 \text{ である.}$$

$$(d) P_{GL}(0,2) = \left(\frac{30}{20}\right)^{\frac{10}{15}} \left(\frac{45}{30}\right)^{\frac{4}{15}} \left(\frac{40}{60}\right)^{\frac{1}{15}} = 1.130 \times 1.114 \times 0.973 = 1.42$$

(iv) 価格比率の小さい商品は、基準となる重みが相当小さくなければ、計算に著しく影響するであろう。