

## 2015 年 RSS/JSS 試験 (Higher Certificate)

### HIGHER CERTIFICATE IN STATISTICS, 2015

#### モジュール 7 : 時系列と指数

制限時間: 90 分

4 問中 3 問を選択の上 解答のこと。

各問は合計 20 点である。小問の配点は括弧の中に記されている。

グラフ用紙と統計数値表は配布する。

解答にあたっては電卓を使用してよい。  
ただし、一般財団法人統計質保証推進協会による「受験要領」に  
記された範囲で使用する。

数学記号  $\log$  は  $e$  を底とする自然対数を表す。  
その他の底をもつ対数は、例えば  $\log_{10}$  のように底を明示する。

また、 $\binom{n}{r}$  は  ${}_n C_r$  と同じ意味とする。

---

問題用紙は 8 頁からなり、それぞれの頁は片面にのみ印刷されている。  
この表紙が 1 頁目である。  
第 1 問は 2 頁目から始まる。

問題は全部で 4 問である。

1. (i) 時系列  $y_t$  に対し、以下の問いに答えなさい。
- (a) ウェイト  $a_r$  ( $r = -k, \dots, k$ ) をもち、対称な  $(2k+1)$  時点の移動平均によって、系列を平滑化する式を書きなさい。 (2)
- (b) 平滑化パラメータ  $\alpha$  を用いた単純指数平滑法によって、 $y_t$  および  $m_{t-1}$  に基づいた平滑化推定値  $m_t$  を計算する式を答えなさい。 (2)
- (ii) 以下の表には、2011年から2014年のある製品の半年毎の売上が載せられている。

年月		売上 (1万ポンド)	平滑化 A	平滑化 B
2011	6月	51		
	12月	25		
2012	6月	49		
	12月	31		
2013	6月	53		
	12月	29		
2014	6月	55		
	12月	25		

表を書き写し、残りの列を埋めて完成しなさい。(ただし、小数点第2位までとする)

- 平滑化 A:  $y_t$  の3時点の対称な単純移動平均法
- 平滑化 B: 平滑化パラメータ 0.3 とし、初期平滑値を2011年6月の実際の値とした時の  $y_t$  の指数加重移動平均法 (6)

これらの手法の長所と短所を以下の観点から説明しなさい。

- (a) 予測
- (b) 季節時系列の平滑化 (6)
- (iii) 季節要因とトレンド要因を抽出するために移動平均法をどのように使うか簡潔に説明しなさい。 (4)

2. 電力消費の 156 日分の値からなる時系列  $x_t$  から、分析家は 1 階の階差系列  $y_t = x_t - x_{t-1}$  を計算した。

- (i) なぜ、分析家はデータのプロットを吟味した後に階差をとることにしたのか、その理由を推測しなさい。(1)

分析家は系列  $y_t$  に以下のモデルを当てはめた。

$$y_t = 0.4y_{t-1} + \varepsilon_t + 0.7\varepsilon_{t-1}.$$

- (ii) 誤差項  $\varepsilon_t$  には通常どのような仮定を課すかを答えなさい。(3)

- (iii) 過去の  $x_t$  および過去と現在の  $\varepsilon_t$  だけを用いて  $x_t$  を表すモデルの式を書きなさい。この  $x_t$  を表すモデルは  $p=1, d=1, q=1$  の  $ARIMA(p, d, q)$  に属するとみなすことができる。あなたの作成したモデル式に照らして、これらの  $p, d, q$  の値を説明しなさい。(5)

- (iv) 分析家はモデルの良さを評価するために、残差の自己相関関数のプロット（つまり、残差のコレログラム）をどのように利用するか、その理由も合わせて答えなさい。(4)

- (v) 分析家はなぜ以下のことを吟味するのか説明しなさい。

(a) 残差の時系列プロット

(b) 残差の Q-Q プロット

(4)

適切な手続きを経たコンピュータ出力の一部として、分析家は残差に対するかばん検定について以下の情報を受け取った。

**修正 ボックス・ピアース (リュング・ボックス) カイ 2 乗統計量**

ラグ	12	24	36	48
カイ 2 乗値	18.7	40.2	49.5	56.9
自由度	10	22	34	46
P 値	0.045	0.010	0.041	0.130

- (vi) ここでのカイ 2 乗統計量が何を示しているかを簡潔に説明しなさい。当てはめられたモデルの妥当性について、分析家はどんな結論を出すべきか答えなさい。(3)

3. 標準化死亡指数は、経済学における価格指数に類似して作られる指数である。ここでは、地域  $t$  におけるタイプ  $i$  の人口を  $N_{it}$  で表し、価格指数の数量に対応するものとする。次にこの人口の中の死亡者数を  $D_{it}$  とし、価値に対応するものとする。そして、比  $R_{it} = \frac{D_{it}}{N_{it}}$  は地域  $t$  におけるタイプ  $i$  の人口の死亡率となり、価格指数における価格の役割を果たすことになる。

- (i) 地域保健局 A 管内全体での死亡率を評価するために、A で指標付けられたデータと、標準人口（標準集団あるいは基準集団）である 0 で指標付けられたデータを比較することができるだろう。たとえば、ラスパイレス指数は

$$P_L(0, A) = \frac{\sum_i N_{i0} R_{iA}}{\sum_i N_{i0} R_{i0}}$$

となる。ここでは全てのタイプ  $i$  について和をとる。この公式において可能な簡単化を示しなさい。非専門家にも理解できるように  $P_L(0, A)$  をどのように解釈できるかを説明しなさい。

(4)

- (ii) パーシェ指数  $P_p(0, A)$  に対応する式を書いて、可能な簡単化を示しなさい。また、非専門家にも理解できるように  $P_p(0, A)$  をどのように解釈できるかを説明しなさい。

(4)

- (iii) 以下の表は標準人口（標準集団）と地域保健局 A 管内における人口と死亡者数を示している。

年齢グループ, $i$	標準人口		地域保健局 A		
	人口サイズ ( $\times 1000$ )	1000 人あたり 死亡率	人口サイズ ( $\times 1000$ )	死亡者数	1000 人あたり 死亡率
64 歳以下	1322	2.0	128	342	
65 - 74 歳	131	21.8	14	373	
75 歳以上	121	87.2	9	825	
合計	1574		151	1540	

地域保健局 A 管内について、以下を答えなさい。

- (a) 各年齢グループ  $i$  における 1000 人あたりの死亡率（小数点第 2 位まで）
- (b) ラスパイレス指数,  $P_L(0, A)$

(5)

問題は次のページに続きます。

(iv) 以下の表は地域保健局 B 管内における同様のデータを表している.

年齢グループ, $i$	人口サイズ ( $\times 1000$ )	死亡者数
64 歳以下	78	210
65 – 74 歳	9	249
75 歳以上	7	651
合計	94	1110

以下を計算しなさい.

- (a) 各年齢グループ  $i$  における 1000 人あたりの死亡率
- (b) ラスパイレス指数  $P_L(0, B)$

B と A を比較して, ラスパイレス指数からの含意と年齢グループ毎の死亡率からの含意が整合的かを答えなさい.

(4)

(v)

$$P_L(0, B) - P_L(0, A) = \frac{\sum_i N_{i0}(R_{iB} - R_{iA})}{\sum_i N_{i0}R_{i0}}$$

を示しなさい. また, 地域 B における各年齢グループでの死亡率が地域 A における対応する死亡率より大きい場合にはいつも, 地域 B のラスパイレス指数が地域 A のラスパイレス指数よりも大きいことを導きなさい.

(3)

4. (a) (i) パーシェ指数が消費者物価指数として使われるとき、たいていラスパイレス指数よりも低い。詳細な計算をせずに、この理由を説明しなさい。  
(4)
- (ii) フィッシャー指数がときおり‘理想的’と述べられる理由を説明しなさい。それでも、ラスパイレス指数のほうが優先的に使われる理由はあるか答えなさい。  
(3)
- (b) (i) ラスパイレス指数とパーシェ指数を計算可能な 3 時点(0, 1, 2)のデータがあるとする。連鎖フィッシャー指数 (0 時点を基準とし、1 時点で連鎖する) は連鎖ラスパイレス指数と連鎖パーシェ指数 (共に 0 時点を基準とし、1 時点で連鎖する) の幾何平均であることを示しなさい。  
(6)
- (ii) 一国の経済の生産高は以下の表のように 3 つの部門に分類されるとする。

経済セクター	2011 年生産額 (10 億ドル)	2012 年生産額 (10 億ドル)	2012 年 ラスパイレス数量指数 (2011 年基準)	2013 年 ラスパイレス数量指数 (2012 年基準)
農業	20	21	101.2	100.7
製造業	40	40	97.3	100.2
サービス業	70	75	103.9	105.4

2012 年パーシェ指数 (2011 年基準) および 2013 年パーシェ指数 (2012 年基準) が各々 100.7 および 102.4 としたときに、2013 年連鎖フィッシャー指数 (2011 年を基準とし、2012 年で連鎖する) を計算しなさい。

(7)

BLANK PAGE

BLANK PAGE