

2015 年 RSS/JSS 試験 (Higher Certificate)

HIGHER CERTIFICATE IN STATISTICS, 2015

モジュール 6 : 統計学の発展的応用

制限時間: 90 分

4 問中 3 問を選択の上 解答のこと。

各問は合計 20 点である。小問の配点は括弧の中に記されている。

グラフ用紙と統計数値表は配布する。

解答にあたっては電卓を使用してよい。
ただし、一般財団法人統計質保証推進協会による「受験要領」に
記された範囲で使用する。

数学記号 \log は e を底とする自然対数を表す。
その他の底をもつ対数は、例えば \log_{10} のように底を明示する。

また、 $\binom{n}{r}$ は ${}_n C_r$ と同じ意味とする。

問題用紙は 8 頁からなり、それぞれの頁は片面にのみ印刷されている。
この表紙が 1 頁目である。
第 1 問は 2 頁目から始まる。

問題は全部で 4 問である。

1. ある化学混合工程において製造する液体の品質は、混合に用いる攪拌（かくはん）機が回転して混合する速度に関係すると考えられる。そこで様々な混合速度で液体を製造して、液体の品質を標準的な方法で測定する実験を行う。品質が混合速度に依存するかどうか、そしてどのように依存するかを評価するために多項式回帰モデルを用いる。

(i) 実験結果を表現するために適切な4次の多項式回帰モデルを書け。ランダムな変動を表現する項についてどのような仮定をおくかを述べよ。
(3)

(ii) 4次までの多項式回帰モデルの残差平方和は次のように与えられる。

説明変数	残差平方和	残差の自由度
x, x^2, x^3, x^4	231.3	54
x, x^2, x^3	246.6	55
x, x^2	288.7	56
x	412.4	57
定数項のみ	615.1	58

後退消去型変数選択法を有意水準5%の検定とともに用いて、最適な多項式回帰モデルを選択せよ。

(6)

(iii) 当てはめた重回帰モデルの残差を定義せよ。モデルで立てた仮定が正しいとしたときに残差がもつべき性質を述べよ。

(2)

(iv) 多項式回帰モデルを仮定することの適切さを評価するための代替的・補完的手段として、様々な種類の残差プロットをどのように用いるかを説明せよ。2次の多項式回帰モデルが最適な状況で3次のモデルを当てはめる場合と、3次の多項式回帰モデルが最適な状況で2次のモデルを当てはめる場合について、残差プロットと後退消去型変数選択法のふるまいを比較対照せよ。

(9)

2. 新しく開発された農薬が特定の作物に与える影響を評価する圃場試験の計画について、ある研究者があなたに意見を求めている。対象となるのは「環境に優しい」農薬で、鳥や哺乳類には作用しないで昆虫だけに作用するという。その農薬の濃度を低、中、高としたときの有効性がどれほどかを、標準農薬を標準濃度で用いたとき、および、無農薬のときと比較して調べたい。

さらに、作物から鳥や哺乳類を遠ざけるための5種類の非致死的方法（ネット、フェンスなど）の有効性に違いがあるかどうかについても評価したい。

圃場試験では25区画が利用できる。

- (i) この農薬と非致死的方法の両方の有効性について最大限の情報を取得するためには圃場試験をどのように計画すればよいか、この研究者に説明せよ。分析法ではなく実験の計画とその背後にある論拠に集中して述べ、計画を説明するために必要な場合にかぎり分析法に言及せよ。その研究者は統計学や実験計画についてわずかな知識しかないと仮定して、必要な用語は定義して使うこと。とくに下記の用語を説明し、そして、これらの用語が今回のケースにおいてどのように重要であるか説明せよ。
- (a) 無作為化 (3)
- (b) 要因計画 (4)
- (c) 対照群 (4)
- (ii) 最初の打ち合わせから数日後に研究者から次のような連絡があった。「非致死的方法の製造業者のほとんどが商品を生産できないため農薬の試験だけを行いたい。しかし、類似の圃場試験の結果を調べたところ、近年ではいくつかの区画が他の区画よりもこのような作物に適していたことがわかり心配である。」この研究者に対して、ブロック化の概念を説明せよ。とくに、どうしてブロック化が重要で有用なのか、そしてこの圃場試験を改善するためにどのようにブロック化が利用できるのかについて説明せよ。(5)
- (iii) さらにその数日後に研究者から連絡があった。「結局、非致死的方法の商品がすべて届いたので、(ii)のブロック化を行いつつ、非致死的方法の試験も行いたい。」ラテン方格の実験計画について簡潔に述べ、この種の計画がどのようにこの圃場試験に利用できるかを説明せよ。(4)

3. ある銀行がある年度に貸金の徴収によって倒産に追い込まれた会社の数 y を記録したものがあある。会社は5つの地域(1-5)と4つの業種(A-D)に分類されている。

業種	地域					総和
	1	2	3	4	5	
A	58	56	51	55	54	274
B	45	39	53	54	50	241
C	45	35	49	37	38	204
D	48	36	41	51	50	226
総和	196	166	194	197	192	945

$$\Sigma y^2 = 45\,659$$

- (i) このデータに対して適切な線形モデルを書け。ただし y を地域と業種に関連させ、ランダムな変動を表す項についての仮定も述べよ。その仮定がこのケースでいかに適切であるかについてコメントせよ。
(4)
- (ii) そのモデルに基づいてこのデータの二元配置分散分析表を作成せよ。
(4)
- (iii) 業種間で平均倒産数に差があるか、および、地域間で平均倒産数に差があるかについて、それぞれ有意水準5%で検定を行う。適切な仮説を述べ、分散分析表を用いて検定を行い、その結論を慎重に述べよ。
(6)
- (iv) 業種の違いや地域の違いが会社の倒産にどのように影響するかについて、銀行の支店長達は知りたがっている。この質問に関して、このデータとこの分析が示すこと、および、示さないことを説明せよ。他のどんな情報が役立つかについても述べよ。
(3)
- (v) ある支店長が「同じ業種の会社でも別の地域では全く異なる経営状況になることが多い」と言った。交互作用の概念を説明せよ。そして、このケースにおいて交互作用をモデルに含めることができるか、もしできるならどのようにすればよいのか、異なるモデルや追加データを踏まえて説明せよ。
(3)

4. (a) ある工場で製造する部品は長さ 100mm であることが要求されている。累積和管理図が一般にどのように定義されて機能するか説明せよ。何がプロットされ、どうしてそれが有用なのかについて説明し、製造が要求通りの場合とそうでない場合のそれぞれについてプロットがどのように見えるのかを述べよ。そして、どれほど良好に製造しているかを評価するために累積和管理図をどのように用いるかを示せ。累積和管理図はどのような逸脱を検知するのが得意か、または不得意かといった長所と短所についても説明せよ。

(8)

- (b) ある会社では製品を多数個まとめたロット単位で製造する。各ロットは検査されて、不良品の割合が許容できるほど低いかどうかの評価される。ただし一つ一つの製品は合格品または不良品に分類できるものとする。その会社では、真の不良品割合が 5% 以下のロットを棄却してしまう可能性を懸念している。

その会社では次の二つのロット検査法を検討している。

案A：ロットから 30 個の製品を標本抽出して、もし不良品が 3 個以上ならばロットを棄却する。それ以外の場合はロットを受容する。

案B：ロットから 20 個の製品を標本抽出して、もし不良品が無ければすぐにロットを受容し、もし 4 個以上の不良品があればすぐにロットを棄却する。それ以外の場合は、ロットから新たに 20 個の製品を標本抽出して、不良品の合計（二つの標本抽出を合わせる）が 4 個以上ならばロットを棄却し、そうでなければロットを受容する。

- (i) 案Aと案Bそれぞれについて、ロットを受容する確率を求めよ。ただしロットの不良品割合を p とする。どのような仮定をしたかを述べ、それらの適切さについてコメントせよ。

(7)

- (ii) 案Aと案Bそれぞれについて、ロットを棄却する確率を計算せよ。ただし $p = 0.05$ とする。これらの確率からその会社が結論できること、および、できないことについてコメントせよ。

(3)

- (iii) どちらの案が会社にとって望ましいかを決定するために考慮すべきこのほかの量についてコメントせよ。

(2)

BLANK PAGE

BLANK PAGE

BLANK PAGE