2015年 RSS/JSS 試験（Higher Certificate）

HIGHER CERTIFICATE IN STATISTICS, 2015

モジュール 2：確率モデル

制限時間： 90 分

4 問中 3 問を選択の上解答のこと．

各問は合計 20 点である．小問の配点は括弧の中に記されている．

グラフ用紙と統計数値表は配布する．

解答にあたっては電卓を使用してよい．
ただし，一般財団法人統計質保証推進協会による「受験要領」に
記された範囲で使用すること．

数学記号 log は **e** を底とする自然対数を表す．
その他の底をもつ対数は，例えば $\log_{10}$ のように底を明示する．

また，$\binom{n}{r}$ は ${}_nC_r$ と同じ意味とする．

問題用紙は 8 頁からなり，**それぞれの頁は片面にのみ印刷されている．**
この表紙が 1 頁目である．
第 1 問は 2 頁目から始まる．

問題は全部で 4 問である．

1. (a) 以下において A, B は２つの事象を表し，$P(B) > 0$ であるとする．

(i) 事象 B が与えられたときの A の条件付き確率を書き表しなさい. (2)

(ii) 以下の場合に対して B が与えられたときの A の条件付き確率を求めなさい.

(A) A と B が独立な場合 (1)

(B) A と B が排他的である場合 (1)

(C) $B \subset A$ の場合 (1)

(b) ある病気に対する診断テストは，病気の人には確率 0.98 で病気と診断し，病気でない人には確率 0.99 で病気ではないと診断する．ある母集団の 3%がこの病気にかかっているとする．

(i) この母集団から無作為に一人が選ばれ診断テストを受ける．病気であると診断されたとき，この人が本当に病気である確率を求めなさい. (3)

(ii) この母集団から無作為に一人が選ばれて診断テストを受け，病気であると診断されたとする．この人がこれとは独立に２回目のテストを受けたところ２回目も病気であると診断された．このとき，この人が本当に病気である確率を求めなさい. (3)

(c) ２つのサッカーチーム M と C はいずれも今シーズンはあと１試合（このチーム同士の試合ではない）を残すのみである．もし M が勝って C が勝たないか，M が引き分けで C が負けると M が優勝する．それ以外の場合は C が優勝する．最後の試合で M が勝つ確率，引き分けになる確率，負ける確率はそれぞれ $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}$ である．最後の試合で C が勝つ確率，引き分けになる確率，負ける確率はそれぞれ$\frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}$,である．

(i) M が優勝する確率を求めなさい. (4)

(ii) M が優勝したときに C が最後の試合で引き分けだった確率を求めなさい. (5)

2. (a) 離散確率変数の確率を計算するために離散確率変数を連続確率変数で近似するときに，なぜ連続修正が必要であるかを説明しなさい．

(3)

(b) ２項確率に対するポアソン近似と正規近似はどのようなときに用いることができるか，この２つの違いを区別させながら説明しなさい．

(4)

(c) 偏りのないサイコロを 300 回投げる．6 の出る回数が 45 回よりも少ない確率を近似して求めなさい．

(5)

(d) ある工場を 1 週間操業したときの事故数は平均 0.2 のポアソン分布に従う．

この工場で３年間，計 150 週間の操業（互いに独立とみなす）を行ったときの事故数の分布は何か．また，３年間で 35 回以上の事故が起きる確率を近似して求めなさい．

(8)

3. 確率変数 Y は次の確率密度関数を持つとする．

$$f(y) = k(y + y^3) \qquad 0 < y < 2,$$

その他の範囲では 0．ここで k は正の定数である．

(i) $k = \frac{1}{6}$ であることを示しなさい．

(4)

(ii) 累積分布関数は以下となることを示しなさい．

$$F(y) = \begin{cases} 0 & y \le 0, \\ \dfrac{y^2}{12}\left(\dfrac{y^2+2}{2}\right) & 0 < y < 2, \\ 1 & y \ge 2. \end{cases}$$

また $P\left(\frac{1}{2} < Y < \frac{3}{2}\right)$ を求めなさい．

(8)

(iii) 確率変数 Y の分散を求めなさい．

(8)

4.　確率変数 X_i, $i = 1, \ldots, n$, は独立で平均 μ_i 分散 σ_i^2 の正規分布に従う．総和は $T = \sum_{i=1}^{n} X_i$ で与えられる．

(i)　(a)　$E(T)$ を求めなさい．

(1)

(b)　$\mathrm{Var}(T)$ を求めなさい．

(1)

(c)　総和 T はどのような分布に従うか述べなさい．

(1)

(ii)　ある会社は書籍小包の梱包を行っている．ハードカバーの書籍の重さは平均 1.5kg 標準偏差 0.5kg の正規分布に従い，ペーパーバックの書籍の重さは平均 0.8kg 標準偏差 0.3kg の正規分布に従っているとする．また，重さはすべて互いに独立であると仮定する．

(a)　ある小包はハードカバー 3 冊とペーパーバック 6 冊からなる．この小包が 11kg より重い確率を求めなさい．

(7)

(b)　ハードカバー 3 冊がペーパーバック 6 冊より重い確率を求めなさい．

(5)

(c)　ハードカバーの書籍の運搬用パレットはフォークリフトで移動する．書籍の総重量が 100kg を超える確率が 0.01 より大きくならずに運搬用パレットに載せることのできる書籍数の最大値が，以下の不等式を満たす最大の整数 n で与えられることを示しなさい．

$$1.5n + 1.1632\sqrt{n} - 100 < 0.$$

(5)

BLANK PAGE

BLANK PAGE

BLANK PAGE

BLANK PAGE