統計検定

Japan Statistical Society Certificate

2 級

2018 年 **6** 月 **17** 日

【注意事項】

1 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2 この問題冊子は，28 ページあります。

3 試験時間は 90 分です。

4 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁およびマークシートの汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

5 マークシートの **A** 面には次の項目があるので，それぞれの指示に従い記入あるいは確認しなさい。項目の内容に誤りがある場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

① 氏名
氏名を記入しなさい。

② 検定種別
受験する検定種別を確認しなさい。

③ 受験番号
受験番号を確認しなさい。

④ **Web** 合格発表
Web 合格発表について，希望の有無をマークしなさい。

6 解答は，マークシートの B 面の解答にマークしなさい。例えば，$\boxed{\mathbf{10}}$ と表示のある問に対して ③ と解答する場合は，次の（例）のように解答番号 **10** の解答の ③ にマークしなさい。

（例）

解答番号	解 答
10	① ② ● ④ ⑤

7 解答番号は，**34** までであります。

8 23 ページ以降に付表を掲載しています。必要に応じて利用しなさい。

9 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

10 試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

問 1　次の表は，2017 年度のサッカー J リーグのチーム年間総得点のデータである。

J1				J2				J3			
チーム名	年間総得点	チーム名	年間総得点	チーム名	年間総得点	チーム名	年間総得点	チーム名	年間総得点	チーム名	年間総得点
札幌	39	清水	36	山形	45	岐阜	56	盛岡	32	北九州	44
仙台	44	磐田	50	水戸	45	京都	55	秋田	53	鹿児島	49
鹿島	53	G 大阪	48	群馬	32	岡山	44	福島	39	琉球	44
浦和	64	C 大阪	65	千葉	70	山口	48	栃木	44	F 東京 23	36
大宮	28	神戸	40	東京 V	64	讃岐	41	YS 横浜	41	G 大阪 23	31
柏	49	広島	32	町田	53	徳島	71	相模原	34	C 大阪 23	39
FC 東京	37	鳥栖	41	横浜 FC	60	愛媛	54	長野	34		
川崎 F	71			湘南	58	福岡	54	富山	37		
横浜 FM	45			松本	61	長崎	59	藤枝	50		
甲府	23			金沢	49	熊本	36	沼津	60		
新潟	28			名古屋	85	大分	58	鳥取	31		
平均	44.06			平均	54.45			平均	41.06		
標準偏差	12.89			標準偏差	11.77			標準偏差	8.06		

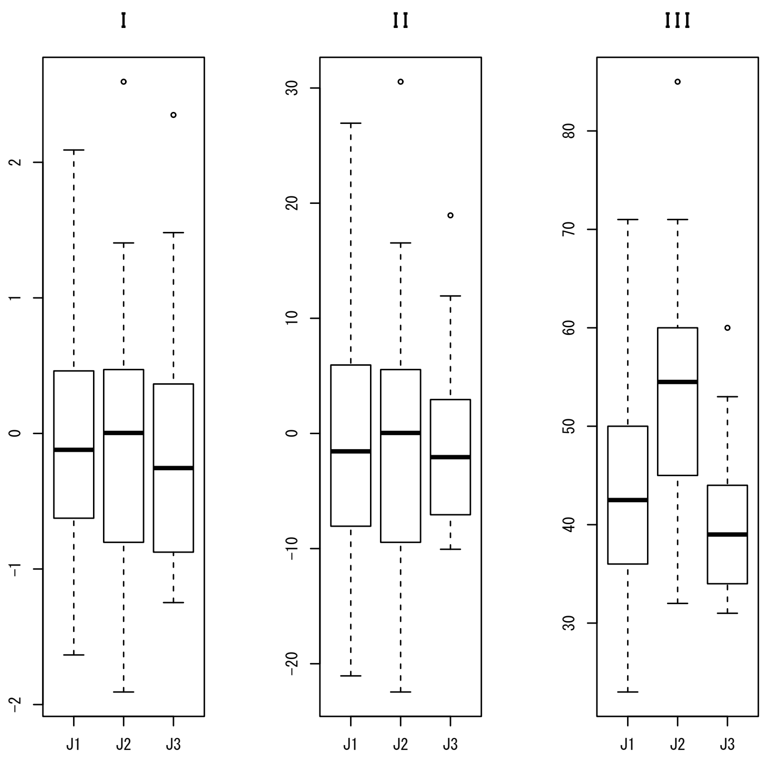
資料：J.LEAGUE Data Site

〔1〕　下の図 I ～ III は,「チーム年間総得点（総得点）」,「チーム年間総得点の平均からの偏差（偏差）」および「チーム年間総得点の標準化得点（標準化得点）」を J1，J2，J3 のカテゴリーごとに分けて示した箱ひげ図である。

なお，これらの箱ひげ図では，“「第 1 四分位数」−「四分位範囲」×1.5” 以上の値をとるデータの最小値，および “「第 3 四分位数」+「四分位範囲」×1.5” 以下の値をとるデータの最大値までひげを引き，これらよりも遠い値を外れ値として○で示している。

図 I ～ III に対応する変数の組合せとして，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 $\boxed{\textbf{1}}$

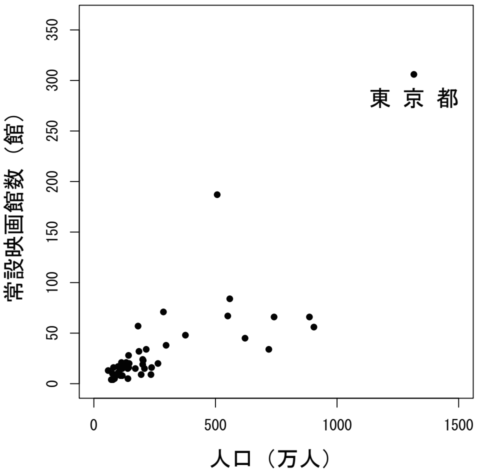
① 総得点：I，　偏差：II，　標準化得点：III
② 総得点：II，　偏差：I，　標準化得点：III
③ 総得点：II，　偏差：III，標準化得点：I
④ 総得点：III，偏差：I，　標準化得点：II
⑤ 総得点：III，偏差：II，　標準化得点：I

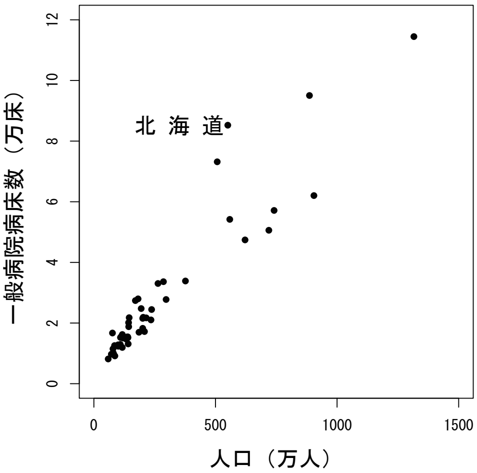


〔2〕　J2 のチーム年間総得点において，平均から標準偏差の２倍以上離れた観測値は何個あるか。次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **2**

① 0個　　② 1個　　③ 2個　　④ 3個　　⑤ 4個以上

問 2　次の左の図は，2010 年における 47 都道府県の人口（単位は万人）と常設映画館数（単位は館）の散布図である。右の図は，2010 年における 47 都道府県の人口と一般病院病床数（単位は万床）の散布図である。





資料：総務省「社会生活統計指標－都道府県の指標－ 2015」

〔1〕　次の記述 I ～ III は，人口と常設映画館数の散布図に関するものである。

I.　人口と常設映画館数には正の相関があると見られる。

II.　東京都は他の道府県とは値が離れているように見える。相関係数はこうした外れ値の影響を受けやすいため，相関係数の解釈には注意が必要である。

III.　この散布図からは，人口と常設映画館数の間のいかなる関係も見いだすことはできない。

記述 I ～ III に関して，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 $\boxed{3}$

① I と II のみ正しい。
② I と III のみ正しい。
③ II と III のみ正しい。
④ III のみ正しい。
⑤ I と II と III はすべて誤りである。

〔2〕 次の記述 I ～ III は，人口と一般病院病床数の散布図に関するものである。

I. 北海道は，人口が同程度である他の都府県に比べて，一般病院病床数が少ない。

II. 人口１人当たりの一般病院病床数の変動係数は，一般病院病床数の変動係数より小さい。

III. 人口が多い９都道府県に限ると，人口と一般病院病床数には負の相関があると見られる。

記述 I ～ III に関して，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。

$\boxed{\ 4\ }$

① I と II のみ正しい。

② I と III のみ正しい。

③ II と III のみ正しい。

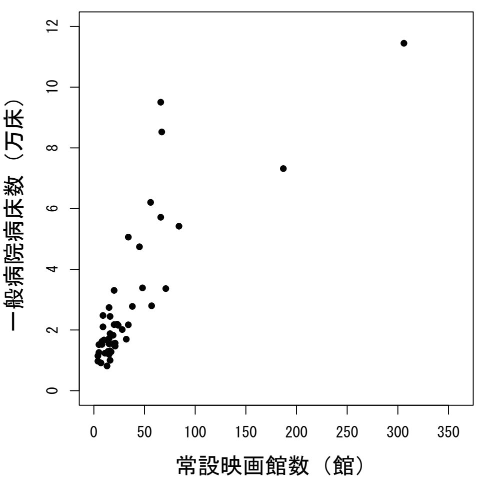
④ I のみ正しい。

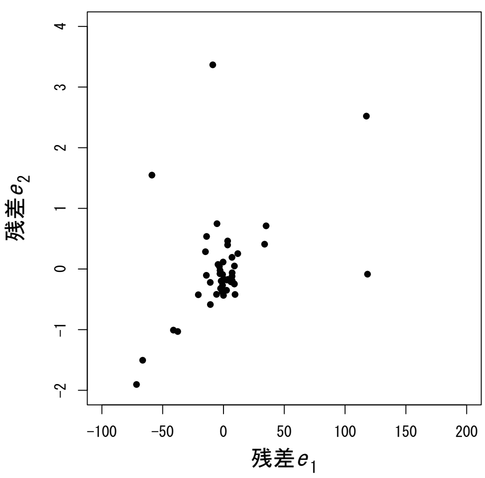
⑤ II のみ正しい。

〔3〕 次の左の図は，常設映画館数と一般病院病床数の散布図である。右の図は，常設映画館数と一般病院病床数を各々人口に回帰させる単回帰モデルを最小二乗法で推定した時の残差，すなわち

$$(\text{常設映画館数}) = a + b \times (\text{人口}) + e_1$$
$$(\text{一般病院病床数}) = c + d \times (\text{人口}) + e_2$$

における e_1 と e_2 の散布図である。





次の記述 I ～ III は，これらの散布図に関するものである。

I.	残差 e_1 と残差 e_2 の相関係数は，人口の影響を除去した時の相関係数であり，常設映画館数と一般病院病床数の偏相関係数とよばれるものである。
II.	常設映画館数と一般病院病床数の相関は見かけ上の相関（擬相関）だと考えられ，その要因の１つとして人口が考えられる。
III.	常設映画館数と一般病院病床数の相関は，病院と併設している映画館の存在によるものであることは，これらの散布図から明らかである。

記述 I ～ III に関して，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **5**

① I と II のみ正しい。
② I と III のみ正しい。
③ II と III のみ正しい。
④ I と II と III のすべてが正しい。
⑤ I と II と III はすべて誤りである。

問 3　次の表は，2011 年 ～ 2014 年に調査された５か国（日本，アメリカ，スウェーデン，中国，ドイツ）の五分位階級所得割合（各家計の所得を少ない順から並べて人口で５等分したときに，それぞれの階級の所得の和の全体の所得の和に占める割合）である。なお，小数点以下２位を四捨五入しているため，合計は 100 とは限らない。

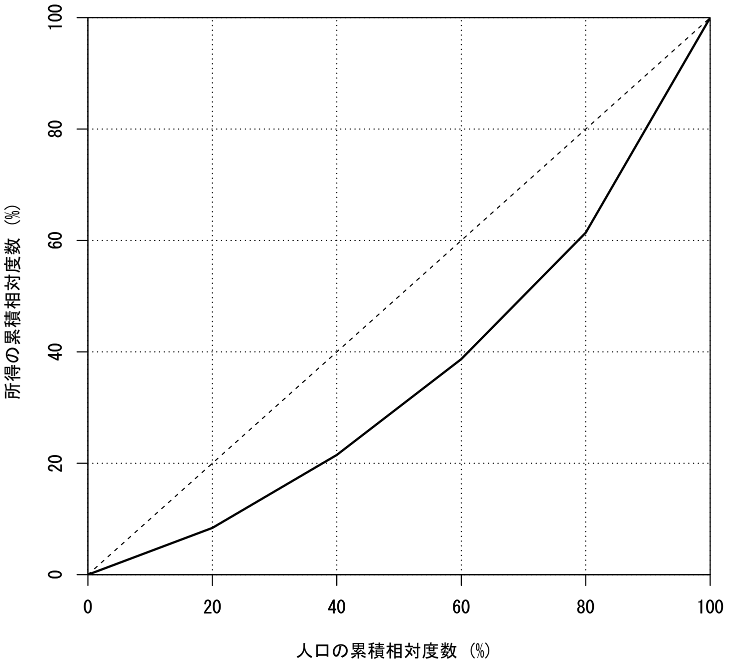
単位（%）

		(年)	第１五分位階級	第２五分位階級	第３五分位階級	第４五分位階級	第５五分位階級
日本	JPN	(2014)	5.4	10.7	16.3	24.1	43.5
アメリカ	USA	(2013)	5.1	10.3	15.4	22.7	46.4
スウェーデン	SWE	(2012)	8.7	14.3	17.8	23.0	36.2
中国	CHN	(2012)	5.2	9.8	14.9	22.3	47.9
ドイツ	DEU	(2011)	8.4	13.1	17.2	22.7	38.6

資料：独立行政法人 労働政策研究・研修機構「データブック国際労働比較 2017」

〔1〕　次の図は，５か国のうちのいずれかのローレンツ曲線である。
どの国のローレンツ曲線か。次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **6**

① 日本　② アメリカ　③ スウェーデン　④ 中国　⑤ ドイツ



〔2〕 上のローレンツ曲線の国のジニ係数はいくらか。次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **7**

① 0.14　　② 0.28　　③ 0.35　　④ 0.42　　⑤ 0.56

〔3〕 次の記述 I ～ III は，表から作成したローレンツ曲線および表から計算したジニ係数に関する説明である。

> I. いずれの国のローレンツ曲線も完全平等線の下に弧を描く。
>
> II. 日本，アメリカ，ドイツのジニ係数を比較すると，アメリカが最も小さい。したがって，ジニ係数で比べた場合，アメリカが最も不平等であることが分かる。
>
> III. スウェーデンと中国のローレンツ曲線を比較すると，中国の方が完全平等線から遠い。したがって，ローレンツ曲線で比べた場合，中国の方が不平等であることが分かる。

記述 I ～ III に関して，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。
8

① I のみ正しい。
② II のみ正しい。
③ III のみ正しい。
④ I と II のみ正しい。
⑤ I と III のみ正しい。

問 4　次の表は，2010 年から 2015 年までの輸出物価指数（総平均，円ベース，2015 年を 100 とする）のデータである。

年	2010 年	2011 年	2012 年	2013 年	2014 年	2015 年
輸出物価指数	89.5	87.5	85.7	95.7	98.8	100.0

資料：日本銀行「企業物価指数」

〔1〕　2011 年の輸出物価指数の前年からの変化率はいくらか。次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **9**

① −1.8%　　② −2.0%　　③ −2.2%　　④ −2.5%　　⑤ −2.7%

〔2〕　輸出物価指数の 2010 年から 2015 年までの間の平均の変化率 r は，次の【条件】を満たすようにして計算される。

【条件】
2010 年の輸出物価指数は 89.5 である。2010 年から 2015 年にかけて，前年からの変化率が常に r であるならば，2015 年の輸出物価指数が 100.0 となる。

r の計算式として，次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **10**

① $100\left\{\frac{1}{5}\left(\frac{100.0}{89.5}-1\right)\right\}$ %

② $100\left\{\left(\frac{100.0}{89.5}\right)^{1/5}-1\right\}$ %

③ $100\left\{\left(\frac{100.0}{89.5}-1\right)^{1/5}\right\}$ %

④ $100\left\{\left(\frac{100.0}{89.5}\right)^{1/6}-1\right\}$ %

⑤ $100\left\{\left(\frac{100.0}{89.5}-1\right)^{1/6}\right\}$ %

問 5　実験計画法では，対象のばらつきを評価できるようにしたり制御したりすることが重要である。そのための原則として「フィッシャーの 3 原則」が知られている。フィッシャーの 3 原則の組合せについて，次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **11**

① 繰り返し，　集中管理，　無作為化
② 繰り返し，　局所管理，　無作為化
③ 繰り返し，　集中管理，　標準化
④ 集中管理，　無作為化，　標準化
⑤ 局所管理，　無作為化，　標準化

問 6　次はある大学の統計学のクラスで実施された学習時間調査である。

> 履修者の男女比が 7 : 3 であったので，履修者の名簿をもとに男女に分けて，それぞれから無作為抽出を行い，標本の男女比が履修者の男女比と一致するようにした。

この標本抽出方法の名称は何か。次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。
12

① 単純無作為抽出　② 系統抽出　③ 多段抽出
④ 集落 (クラスター) 抽出　⑤ 層化 (層別) 抽出

問 7　サークルの部室にいたS君は，隣の部室にお菓子をもらいに行った。隣の部室にはT君とU君がいて，自分たちと腕相撲を3回して2連勝した時点でお菓子をあげるという。S君の対戦順序には2つの選択肢があり，「T君－U君－T君」，または「U君－T君－U君」の順である。S君がT君に勝つ確率を p，U君に勝つ確率を q とし，$0 < p < q < 1$ とする。ただし，各腕相撲の試合の勝敗は互いに独立とする。

〔1〕　「T君－U君－T君」の順で対戦するとき，S君がお菓子を獲得する確率はいくらか。次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **13**

① pq　　② $pq + qp$　　③ $p(1-q) + q(1-p)$
④ $pq(1-p)$　　⑤ $pq + (1-p)qp$

〔2〕　S君は，U君なら勝ちやすいと考えて，U君とより多く対戦する「U君－T君－U君」の順が有利だと考えた。この選択に対する説明として，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **14**

① 「T君－U君－T君」の方がお菓子獲得の確率は高いので，S君の選択は好ましくない。
② 「U君－T君－U君」の方がお菓子獲得の確率は高いので，S君の選択は好ましい。
③ p と q の具体的な値によってお菓子獲得の確率は変わるので，S君の選択については何も言えない。
④ どちらの選択をしてもお菓子獲得の確率は変わらないので，S君の選択でも問題はない。
⑤ お菓子獲得の確率は，実はT君とU君との対戦順序や対戦回数にもよらないので，どんな対戦の仕方でもよい。

問 8　ある世帯の毎年6月における電気料金は，平均4,000円，標準偏差500円の独立で同一の正規分布で近似される。以下の問いに答えよ。

〔1〕　ある年において，6月の電気料金が4,800円以上になる確率はいくらか。次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **15**

① 0.036　　② 0.055　　③ 0.067　　④ 0.145　　⑤ 0.436

〔2〕 ある年において，6 月の電気料金がその前年の 6 月の電気料金より 800 円以上高くなる確率はいくらか。次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **16**

① 0.027　② 0.110　③ 0.129　④ 0.212　⑤ 0.500

〔3〕 ある年において，6 月の電気料金がその前年および前々年の 6 月の電気料金のどちらよりも高くなる確率はいくらか。次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **17**

① 0.250　② 0.333　③ 0.400　④ 0.500　⑤ 0.666

問 9　2 つの確率変数 X と Y に関して，期待値 $E[X], E[Y], E[XY]$ と分散 $V[X], V[Y]$ が以下のようになっている。

$$E[X] = 2.0, \quad E[Y] = 3.0, \quad E[XY] = 6.3, \quad V[X] = 1.0, \quad V[Y] = 1.0$$

〔1〕 それぞれの確率変数の 2 乗の期待値 $E[X^2]$, $E[Y^2]$ と，共分散 $\mathrm{Cov}[X, Y]$ について，次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **18**

① $E[X^2] = 4.0, \quad E[Y^2] = 9.0, \quad \mathrm{Cov}[X, Y] = 0.3$
② $E[X^2] = 4.0, \quad E[Y^2] = 9.0, \quad \mathrm{Cov}[X, Y] = -0.3$
③ $E[X^2] = 4.0, \quad E[Y^2] = 9.0, \quad \mathrm{Cov}[X, Y] = 6.0$
④ $E[X^2] = 5.0, \quad E[Y^2] = 10.0, \quad \mathrm{Cov}[X, Y] = 0.3$
⑤ $E[X^2] = 5.0, \quad E[Y^2] = 10.0, \quad \mathrm{Cov}[X, Y] = -0.3$

〔2〕 X と Y に，それぞれ次のような一次変換を施して，新しい確率変数 U と V をつくる。

$$U = 3X - 2, \qquad V = -2Y - 4$$

この時，U と V の共分散 $\mathrm{Cov}[U, V]$ と相関係数 $r[U, V]$ の値として，次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **19**

① $\mathrm{Cov}[U, V] = 0.3, \quad r[U, V] = -0.3$
② $\mathrm{Cov}[U, V] = 6.0, \quad r[U, V] = 0.3$
③ $\mathrm{Cov}[U, V] = -6.0, \quad r[U, V] = -0.3$
④ $\mathrm{Cov}[U, V] = -1.8, \quad r[U, V] = -0.3$
⑤ $\mathrm{Cov}[U, V] = -1.8, \quad r[U, V] = 0.3$

問 10　確率変数 $X_1, \ldots, X_n$ が互いに独立にそれぞれ平均 μ，分散 σ^2 (>0) の正規分布に従うとする。標本平均を $\bar{X} = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} X_i$，不偏分散を $S^2 = \dfrac{1}{n-1}\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$ とおく。

〔1〕　$\sigma^2 = 1$ のとき，確率 $P(|\bar{X} - \mu| \leq 0.5) \geq 0.95$ を満たす最小の標本サイズ n はいくらか。次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **20**

① 4　② 7　③ 11　④ 16　⑤ 22

〔2〕　$n = 20$ のとき，$\bar{X} = 10.50$，$S^2 = 5.41$ を得たとする。そのとき，μ の 95%信頼区間として，次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **21**

① $10.50 \pm \dfrac{2.093 \times \sqrt{5.41}}{\sqrt{20}}$　② $10.50 \pm \dfrac{2.093 \times \sqrt{5.41}}{\sqrt{19}}$

③ $10.50 \pm \dfrac{2.086 \times \sqrt{5.41}}{\sqrt{20}}$　④ $10.50 \pm \dfrac{2.086 \times \sqrt{5.41}}{\sqrt{19}}$

⑤ $10.50 \pm 2.086 \times \sqrt{5.41}$

問 11　次の表は，北海道および沖縄県において，過去 1 年間に野球（キャッチボールを含む）をおこなった 15 歳以上の割合（行動者率）をまとめたものである。

都道府県	標本サイズ	野球の行動者率（%）	15 歳以上の推定人口（千人）
北海道	4,633	7.1	4,542
沖縄県	2,849	9.2	1,150

資料：総務省「平成 28 年社会生活基本調査」

データは単純無作為抽出されたとして，以下の問いに答えよ。ただし，上の表の 15 歳以上の推定人口には誤差がなく真の 15 歳以上人口であるとして答えよ。

〔1〕　北海道における野球の行動者の母比率の 95%信頼区間として，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **22**

① 0.071 ± 0.001　② 0.071 ± 0.004

③ 0.071 ± 0.007　④ 0.071 ± 0.010

⑤ 0.071 ± 0.503

〔2〕 次の文章は北海道と沖縄県の全体における野球の行動者の母比率の推定について述べたものである。

「表の数値をそれぞれ

$$n_1 = 4633,\quad \hat{p}_1 = 0.071,\quad N_1 = 4542 \times 10^3,$$
$$n_2 = 2849,\quad \hat{p}_2 = 0.092,\quad N_2 = 1150 \times 10^3$$

とおく。このとき北海道と沖縄県の全体における野球の行動者の母比率の推定値は（ア）となり，その標準誤差は（イ）となる。」

文中の（ア），（イ）にあてはまるものの組合せとして，次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 $\boxed{\textbf{23}}$

① （ア） $\dfrac{N_1\hat{p}_1 + N_2\hat{p}_2}{N_1 + N_2}$ （イ） $\left|\sqrt{\dfrac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1}} - \sqrt{\dfrac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}\right|$

② （ア） $\dfrac{N_1\hat{p}_1 + N_2\hat{p}_2}{N_1 + N_2}$

（イ） $\sqrt{\left(\dfrac{N_1}{N_1+N_2}\right)^2 \dfrac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \left(\dfrac{N_2}{N_1+N_2}\right)^2 \dfrac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$

③ （ア） $\dfrac{\hat{p}_1 + \hat{p}_2}{2}$ （イ） $\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1}} + \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$

④ （ア） $\dfrac{\hat{p}_1 + \hat{p}_2}{2}$ （イ） $\dfrac{1}{2}$

⑤ （ア） $\hat{p}_1 + \hat{p}_2$ （イ） $\sqrt{\dfrac{1}{n_1 + n_2}}$

問 12　次の表は，2017 年度プロ野球におけるリーグ毎の球団別ホームゲーム年間入場者数（単位は万人）である。

セントラル・リーグの球団別年間入場者数

球団 A	球団 B	球団 C	球団 D	球団 E	球団 F	平均	偏差平方和
218	303	198	296	201	186	233.7	13,549

パシフィック・リーグの球団別年間入場者数

球団 G	球団 H	球団 I	球団 J	球団 K	球団 L	平均	偏差平方和
209	177	167	145	161	253	185.3	7,763

資料：日本野球機構

各リーグ内において入場者数は独立で同一の分布に従い，かつ，セントラル・リーグとパシフィック・リーグの各球団の年間入場者数の母分散は等しいと見なし，両リーグの球団別年間入場者数の母平均に差があるかどうかを 2 つの方法で検定したい。

〔1〕　2 つの母平均の差に関する t 検定を行う。t-値として，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **24**

① 0.07　② 0.33　③ 1.05　④ 1.82　⑤ 2.00

〔2〕　同様の帰無仮説・対立仮説に対して，一元配置分散分析を行うことを考える。一元配置分散分析における F-値として，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **25**

① 0.14　② 1.11　③ 1.66　④ 3.30　⑤ 4.01

問 13　離散型の確率変数 X の分布が，次の P_0 または P_1 いずれかであるとする。X の 1 回の観測に基づき，帰無仮説を H_0 : X の分布は P_0 である，対立仮説を H_1 : X の分布は P_1 である，とする検定を考える。

H_0 の下での X の分布 (P_0)

x	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	0.1	0.1	0.1	0.15	0.25	0.3

H_1 の下での X の分布 (P_1)

x	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	0.4	0.3	0.2	0.05	0.05	0

〔1〕　棄却域を $X \leq 3$ とする検定（検定 I とよぶことにする）に関する記述として，次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 $\boxed{\textbf{26}}$

① この検定の第一種の過誤の確率は 0.3 で，第二種の過誤の確率は 0.7 である。

② この検定の第一種の過誤の確率は 0.7 で，第二種の過誤の確率は 0.9 である。

③ この検定の第一種の過誤の確率は 0.7 で，検出力は 0.1 である。

④ この検定の第一種の過誤の確率は 0.3 で，検出力は 0.9 である。

⑤ この検定の第一種の過誤の確率は 0.3 で，検出力は 0.1 である。

〔2〕　棄却域を $X \leq 2$ とする検定を検定 II とよび，棄却域を $X = 6$ とする検定を検定 III とよぶことにする。検定 I，検定 II，検定 III の比較に関する記述として，次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 $\boxed{\textbf{27}}$

① 検定 I と検定 III はともに有意水準 0.3 の検定であり，検定 III は検定 I よりも検出力が高い。

② 検定 I と検定 III はともに有意水準 0.3 の検定であり，検定 I は検定 III よりも検出力が高い。

③ 検定 I と検定 II はともに有意水準 0.2 の検定であり，検定 II は検定 I よりも検出力が高い。

④ 検定 I と検定 II はともに有意水準 0.2 の検定であり，検定 I は検定 II よりも検出力が高い。

⑤ 検定 I，検定 II，検定 III の検出力は等しい。

問 14　T さんは 47 都道府県別のデータを用いて次の重回帰モデルを推定した。

$$\log(\text{犯罪発生率}) = \alpha + \beta_1 \times \text{失業率} + \beta_2 \times \log(\text{賃金}) + \beta_3 \times \log(\text{警察官数}) + \text{誤差項}$$

ここで,「犯罪発生率」は人口 10 万人当たりの刑法犯認知件数（単位は人口 10 万対件数）,「失業率」は完全失業率（単位は%）,「賃金」は一般労働者の一ヶ月の 1 人あたりの平均給与額（単位は千円）,「警察官数」は人口 10 万人あたりの警察官数（単位は人口 10 万対人数）である。

統計ソフトウェアを利用して，上記の重回帰モデルを推定したところ，次の出力結果を得た。なお，出力結果の一部を加工している。

出力結果

```
Coefficients:
               Estimate  Std. Error  t value  Pr(>|t|)
(Intercept)   -7.08851    1.92346   -3.685   0.000635
失業率          0.09408    0.05541    1.698   0.096773
log(賃金)       2.41815    0.31781    7.609   1.71e-09
log(警察官数) -0.06498    0.22718   -0.286   0.776233
---

Residual standard error: 0.2077 on 43 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.6062,  Adjusted R-squared: 0.5787
F-statistic: 22.06 on 3 and 43 DF,  p-value: 8.353e-09
```

資料:警察庁「平成 28 年警察白書」
　　総務省「平成 28 年地方公務員給与実態調査」
　　総務省「人口推計（平成 28 年 10 月 1 日現在）」
　　総務省「労働力調査参考資料 2016 年平均都道府県別結果（モデル推計値）」
　　厚生労働省「平成 28 年賃金構造基本統計調査」

〔1〕　失業率が 2.8，log(賃金) が 5.6，log(警察官数) が 5.3 のとき，log(犯罪発生率) の予測値として，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **28**

① 2.5　　② 3.0　　③ 4.2　　④ 5.6　　⑤ 6.4

〔2〕　β_3 の値は大体 -0.5 であるという主張があったとする。この説を検証するため仮説検定を行うことにした。帰無仮説 $\beta_3 = -0.5$，対立仮説 $\beta_3 \neq -0.5$ の仮説検定が棄却される有意水準として，次の ① ～ ⑤ のうちから最も小さいものを一つ選べ。 **29**

① 0.1%　　② 1%　　③ 5%　　④ 10%　　⑤ 15%

〔3〕 次の記述 I ～ III は，出力結果に関するものである。

I. 有意水準 1% で 0 でない回帰係数（定数項を含む）の数は 2 である。

II. 賃金が高い都道府県では，犯罪発生率は低い傾向がある。

III. 自由度調整済み決定係数の値は約 0.58 である。

記述 I ～ III に関して，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。

30

① I のみ正しい。 ② III のみ正しい。 ③ I と II のみ正しい。
④ I と III のみ正しい。 ⑤ II と III のみ正しい。

問 15　「冬は北からの風が多い」と言われている。そのことを確かめるために，ある都市について，2017 年 1 月 1 日から 12 月 31 日までの毎日の最多風向（以下「風向」）を調べた。冬季（1 月，2 月，11 月，12 月）とそれ以外の季節とに分けて「風向が北（北西，北北西，北，北北東，北東）の日」とそうでない日とを集計したところ，次の表を得た。

		風向	
		北	それ以外
季節	冬季	105	15
	それ以外	102	143

資料：気象庁「過去の気象データ」

〔1〕　季節と風向の独立性の下での「冬季」に「風向が北である」期待度数として，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **31**

① 41.15　② 51.95　③ 68.05　④ 106.05　⑤ 138.95

〔2〕　季節と風向の独立性の検定を行うための χ^2 統計量の計算式として，次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **32**

① $\dfrac{(105-68.05)^2}{105}+\dfrac{(15-51.95)^2}{15}+\dfrac{(102-138.95)^2}{102}+\dfrac{(143-106.05)^2}{143}$

② $\dfrac{(105-68.05)^2}{68.05}+\dfrac{(15-51.95)^2}{51.95}+\dfrac{(102-138.95)^2}{138.95}+\dfrac{(143-106.05)^2}{106.05}$

③ $\dfrac{(105-68.05)^2+(15-51.95)^2+(102-138.95)^2+(143-106.05)^2}{365}$

④ $\left(\dfrac{105-68.05}{105}\right)^2+\left(\dfrac{15-51.95}{15}\right)^2+\left(\dfrac{102-138.95}{102}\right)^2+\left(\dfrac{143-106.05}{143}\right)^2$

⑤ $\left(\dfrac{105-68.05}{68.05}\right)^2+\left(\dfrac{15-51.95}{51.95}\right)^2+\left(\dfrac{102-138.95}{138.95}\right)^2+\left(\dfrac{143-106.05}{106.05}\right)^2$

〔3〕 この表を用いて独立性の検定を行った際の結論について，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。ただし，設問〔2〕の選択肢 ① ～ ⑤ の値は，それぞれ約 126.96, 69.04, 14.96, 6.39, 0.99 であることを用いてよい。 **33**

① χ^2 統計量の値が自由度 1 の χ^2 分布の下側 5% 点よりも大きいので，有意水準 5% で帰無仮説を棄却する。すなわち，風向と季節には関連があるとはいえない。

② χ^2 統計量の値が自由度 1 の χ^2 分布の下側 5% 点よりも大きいので，有意水準 5% で帰無仮説を棄却する。すなわち，風向と季節には関連があるといえる。

③ χ^2 統計量の値が自由度 1 の χ^2 分布の両側 5% 点よりも大きいので，有意水準 5% で帰無仮説を棄却する。すなわち，風向と季節には関連があるといえる。

④ χ^2 統計量の値が自由度 1 の χ^2 分布の上側 5% 点よりも大きいので，有意水準 5% で帰無仮説を棄却する。すなわち，風向と季節には関連があるとはいえない。

⑤ χ^2 統計量の値が自由度 1 の χ^2 分布の上側 5% 点よりも大きいので，有意水準 5% で帰無仮説を棄却する。すなわち，風向と季節には関連があるといえる。

問 16 生徒数が 21 人のクラス A と 41 人のクラス B で数学の試験を行った。その点数の標準偏差はクラス A が 19.5，クラス B が 14.5 であった。ただし，標準偏差は不偏分散の平方根で計算している。次の文章はクラス間の等分散性の検定について述べたものである。

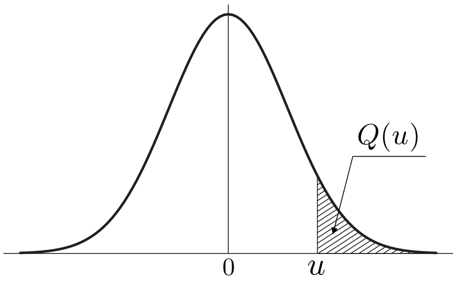
> 各々のテストの点数は正規分布に従うと仮定する。帰無仮説を「クラス間の分散が等しい」，対立仮説を「クラス間の分散が等しくない」とおき，有意水準 5% で検定する。自由度 (20, 40) の F 分布に従う統計量を計算すると (ア) となり，有意水準 5% の検定より帰無仮説を (イ)。

文中の (ア)，(イ) にあてはまるものの組合せとして，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを選べ。 **34**

① (ア) 1.34 (イ) 棄却する
② (ア) 1.81 (イ) 棄却しない
③ (ア) 1.81 (イ) 棄却する
④ (ア) 2.13 (イ) 棄却しない
⑤ (ア) 2.13 (イ) 棄却する

付　表

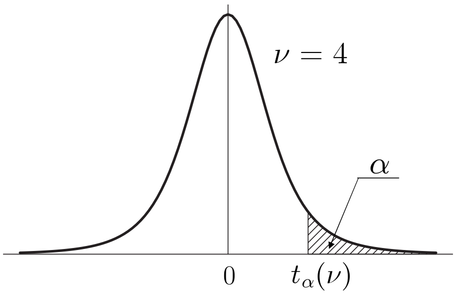
付表 1. 標準正規分布の上側確率



u	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
3.5	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002
3.6	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
3.7	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
3.8	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
3.9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

$u = 0.00 \sim 3.99$ に対する，正規分布の上側確率 $Q(u)$ を与える。
例：$u = 1.96$ に対しては，左の見出し 1.9 と上の見出し .06 との交差点で，$Q(u) = 0.0250$ と読む。表にない u に対しては適宜補間すること。

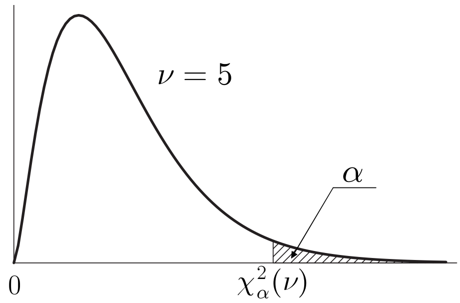
付表 2. t 分布のパーセント点



	α				
ν	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.656
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
240	1.285	1.651	1.970	2.342	2.596
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

自由度 ν の t 分布の上側確率 α に対する t の値を $t_\alpha(\nu)$ で表す。
例：自由度 $\nu = 20$ の上側 5% 点 ($\alpha = 0.05$) は，$t_{0.05}(20) = 1.725$ である。
表にない自由度に対しては適宜補間すること。

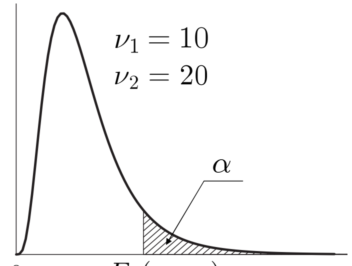
付表 3. カイ二乗分布のパーセント点



	α							
ν	0.99	0.975	0.95	0.90	0.10	0.05	0.025	0.01
1	0.00	0.00	0.00	0.02	2.71	3.84	5.02	6.63
2	0.02	0.05	0.10	0.21	4.61	5.99	7.38	9.21
3	0.11	0.22	0.35	0.58	6.25	7.81	9.35	11.34
4	0.30	0.48	0.71	1.06	7.78	9.49	11.14	13.28
5	0.55	0.83	1.15	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09
6	0.87	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81
7	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48
8	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09
9	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67
10	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21
11	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.92	24.72
12	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22
13	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.36	24.74	27.69
14	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14
15	5.23	6.26	7.26	8.55	22.31	25.00	27.49	30.58
16	5.81	6.91	7.96	9.31	23.54	26.30	28.85	32.00
17	6.41	7.56	8.67	10.09	24.77	27.59	30.19	33.41
18	7.01	8.23	9.39	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81
19	7.63	8.91	10.12	11.65	27.20	30.14	32.85	36.19
20	8.26	9.59	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57
25	11.52	13.12	14.61	16.47	34.38	37.65	40.65	44.31
30	14.95	16.79	18.49	20.60	40.26	43.77	46.98	50.89
35	18.51	20.57	22.47	24.80	46.06	49.80	53.20	57.34
40	22.16	24.43	26.51	29.05	51.81	55.76	59.34	63.69
50	29.71	32.36	34.76	37.69	63.17	67.50	71.42	76.15
60	37.48	40.48	43.19	46.46	74.40	79.08	83.30	88.38
70	45.44	48.76	51.74	55.33	85.53	90.53	95.02	100.43
80	53.54	57.15	60.39	64.28	96.58	101.88	106.63	112.33
90	61.75	65.65	69.13	73.29	107.57	113.15	118.14	124.12
100	70.06	74.22	77.93	82.36	118.50	124.34	129.56	135.81
120	86.92	91.57	95.70	100.62	140.23	146.57	152.21	158.95
140	104.03	109.14	113.66	119.03	161.83	168.61	174.65	181.84
160	121.35	126.87	131.76	137.55	183.31	190.52	196.92	204.53
180	138.82	144.74	149.97	156.15	204.70	212.30	219.04	227.06
200	156.43	162.73	168.28	174.84	226.02	233.99	241.06	249.45
240	191.99	198.98	205.14	212.39	268.47	277.14	284.80	293.89

自由度 ν のカイ二乗分布の上側確率 α に対する χ^2 の値を $\chi^2_\alpha(\nu)$ で表す。
例：自由度 $\nu = 20$ の上側 5% 点 $(\alpha = 0.05)$ は，$\chi^2_{0.05}(20) = 31.41$ である。
表にない自由度に対しては適宜補間すること。

付表 4. F 分布のパーセント点



$\alpha = 0.05$

$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	40	60	120	∞
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.950	4.876	4.818	4.772	4.735	4.619	4.558	4.464	4.431	4.398	4.365
10	4.965	4.103	3.708	3.478	3.326	3.217	3.135	3.072	3.020	2.978	2.845	2.774	2.661	2.621	2.580	2.538
15	4.543	3.682	3.287	3.056	2.901	2.790	2.707	2.641	2.588	2.544	2.403	2.328	2.204	2.160	2.114	2.066
20	4.351	3.493	3.098	2.866	2.711	2.599	2.514	2.447	2.393	2.348	2.203	2.124	1.994	1.946	1.896	1.843
25	4.242	3.385	2.991	2.759	2.603	2.490	2.405	2.337	2.282	2.236	2.089	2.007	1.872	1.822	1.768	1.711
30	4.171	3.316	2.922	2.690	2.534	2.421	2.334	2.266	2.211	2.165	2.015	1.932	1.792	1.740	1.683	1.622
40	4.085	3.232	2.839	2.606	2.449	2.336	2.249	2.180	2.124	2.077	1.924	1.839	1.693	1.637	1.577	1.509
60	4.001	3.150	2.758	2.525	2.368	2.254	2.167	2.097	2.040	1.993	1.836	1.748	1.594	1.534	1.467	1.389
120	3.920	3.072	2.680	2.447	2.290	2.175	2.087	2.016	1.959	1.910	1.750	1.659	1.495	1.429	1.352	1.254

$\alpha = 0.025$

$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	40	60	120	∞
5	10.007	8.434	7.764	7.388	7.146	6.978	6.853	6.757	6.681	6.619	6.428	6.329	6.175	6.123	6.069	6.015
10	6.937	5.456	4.826	4.468	4.236	4.072	3.950	3.855	3.779	3.717	3.522	3.419	3.255	3.198	3.140	3.080
15	6.200	4.765	4.153	3.804	3.576	3.415	3.293	3.199	3.123	3.060	2.862	2.756	2.585	2.524	2.461	2.395
20	5.871	4.461	3.859	3.515	3.289	3.128	3.007	2.913	2.837	2.774	2.573	2.464	2.287	2.223	2.156	2.085
25	5.686	4.291	3.694	3.353	3.129	2.969	2.848	2.753	2.677	2.613	2.411	2.300	2.118	2.052	1.981	1.906
30	5.568	4.182	3.589	3.250	3.026	2.867	2.746	2.651	2.575	2.511	2.307	2.195	2.009	1.940	1.866	1.787
40	5.424	4.051	3.463	3.126	2.904	2.744	2.624	2.529	2.452	2.388	2.182	2.068	1.875	1.803	1.724	1.637
60	5.286	3.925	3.343	3.008	2.786	2.627	2.507	2.412	2.334	2.270	2.061	1.944	1.744	1.667	1.581	1.482
120	5.152	3.805	3.227	2.894	2.674	2.515	2.395	2.299	2.222	2.157	1.945	1.825	1.614	1.530	1.433	1.310

自由度 (ν_1, ν_2) の F 分布の上側確率 α に対する F の値を $F_\alpha(\nu_1, \nu_2)$ で表す。
例：自由度 $\nu_1 = 5, \nu_2 = 20$ の上側 5% 点 $(\alpha = 0.05)$ は，$F_{0.05}(5, 20) = 2.711$ である。
表にない自由度に対しては適宜補間すること。

一般財団法人　統計質保証推進協会

統計検定センター

〒101-0051 東京都千代田区神田神保町３丁目６番

URL http://www.toukei-kentei.jp

2018.6